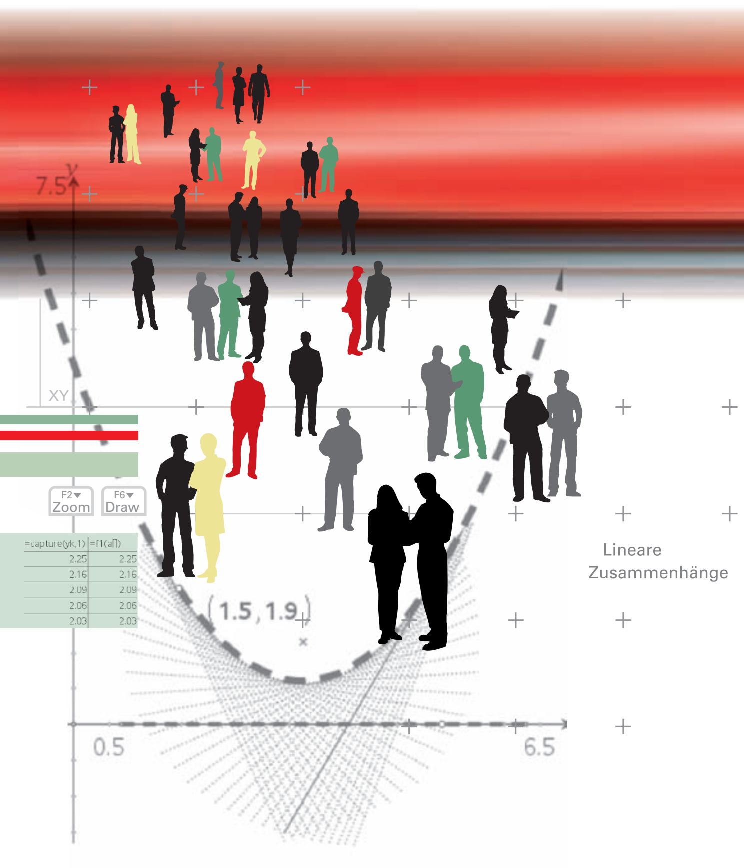
T³ DEUTSCHLAND

CAliMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG
BAND 3

Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.)



Niedersachsen

CAliMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHNUNG
BAND 3

Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.)

Die Materialien entstanden im Rahmen eines Schulversuches des Landes Niedersachsen mit dem Thema:
Computer-Algebra-Systeme im Mathematikunterricht der Jahrgänge 7-10 des Gymnasiums
hier: Ein Schulversuch zur Entwicklung eines Unterrichtskonzepts sowie von Materialien zum Einsatz im Unterricht mit wissenschaftlicher Begleitung

Die wissenschaftliche Begleitung wurde durch Frau Prof. Dr. Regina Bruder von der TU Darmstadt übernommen, Herr StD Wilhelm Weiskirch vom Ratsgymnasium Stadthagen koordinierte die Durchführung.

Unterstützt wurde der Schulversuch von der Firma Texas Instruments, die dem Verein n-21 angehört, durch die Bereitstellung der wissenschaftlichen Begleitung, die Übernahme der Veröffentlichungskosten und die Finanzierung von Arbeitstagungen.

Verlag:
Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Zentrum für Lehrerbildung

C A l i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG

BAND 3

mit den Themen:

Lineare Zusammenhänge

Vorwort

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen:

Dieses Buch ist in einem Schulversuch des Landes Niedersachsen extra zu dem Zweck entwickelt worden, um mit dem Taschencomputer (TC) ein durchgängiges Konzept für einen effektiven Unterricht zu haben. Neben neu entwickelten Aufgaben wurden auch Aufgaben aus Lehrbüchern ausgewählt, die speziell für einen Unterricht mit dem Einsatz eines TC geeignet sind.
Im Schulversuch konnte gezeigt werden, dass ein Unterricht mit diesem Aufgabenmaterial und dem Einsatz eines Taschencomputers einen Mehrwert an mathematischer Kompetenz erbringen bzw. diese wesentlich unterstützen kann. Es konnte auch gezeigt werden, dass durch den Einsatz des Taschencomputers die Kommunikation der Schülerinnen und der Schüler unterstützt und eine Vorgehensreflexion gefördert wurde. Von großer Bedeutung für eine erfolgreiche Arbeit mit einem Taschencomputer ist ein ganzheitliches Unterrichtskonzept, in dem darauf geachtet wird, dass neben offenen, kreativitätsfördernden Aufgaben mit Rechnerunterstützung immer wieder auch mathematisches Grundkönnen ohne Rechner gefördert und eingefordert wird.
Um den Schülerinnen und Schülern mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übertragen, ist es sinnvoll, ihnen Gelegenheit zur Selbsteinschätzung vor einer bewerteten Leistungskontrolle zu geben. Mit den "Ich kann..."-Fragen werden die zum jeweiligen Thema wichtigsten inhaltlich gebundenen Fähigkeiten und Fertigkeiten der jeweiligen Unterrichtseinheit beschrieben.
Die Aufgabensammlungen für die einzelnen Unterrichtseinheiten sind so zusammengestellt, dass sie die in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen unterstützen und fördern. Zu dem Themenheft für Schülerinnen und Schüler gibt es entsprechend entwickelte Handreichungen für Sie.

Dieses dritte Themenheft hat drei Kapitel:

1. **Lineare Zusammenhänge**
2. **TC-Hilfen**
3. **Kopfübungen - Basiswissen**

Mit Bezug auf die bereits bekannte „Trapezflächeninhaltsformel“-Aufgabe (vergleiche Arbeitsmaterialien Band 1 – Terme S. 29) wird die Form des Funktionsterms der linearen Funktion $y(x) = m\,x + b$ herausgearbeitet. Anschließend werden durch Parametervariationen die Eigenschaften von Steigung und y-Achsenabschnitt sowie die Auswirkung auf den Graphen untersucht. Durch Aufgaben mit Anwendungsbezug werden verschiedene Variablenbezeichnungen verwendet und Geradenscharen thematisiert. Über die Zwei-Punkte-Form erfolgt die Definition des Begriffs der Funktion als eindeutige Zuordnung. An Beispielen zur Bestimmung von Funktionstermen aus mehreren Wertepaaren wird die Untersuchung von Punktwolken und Nutzung des Regressionsmoduls des TCs thematisiert.
Die Funktionsgleichungen linearer Funktionen werden zum Lösen linearer Gleichungen genutzt. Anhand der Datentabelle, der Wertetabelle und der Graphendarstellung des TCs werden tabellarische und graphische Lösungsverfahren behandelt. Die Beispiele betreffen die Fälle „Term = Term“ und „Term = Konstante“, wobei

der Bezug zu linearen Funktionen (Termform m x + b) nicht verlassen wird. Da sich der Lösungsprozess im Wesentlichen am Rechner vollzieht, ist eine nachvollziehbare Dokumentation sehr wichtig.
Terme mit großen Zahlenwerten lassen sich mit der tabellarischen bzw. graphischen Methode aufgrund der Schwierigkeiten bei der $\exists$-Einstellung schwer lösen. Dadurch wird auch die Kenntnis einer algebraischen Lösung notwendig. Die Äquivalenz und die äquivalenten Umformung von Gleichungen werden am Waagemodell und mithilfe der Möglichkeiten des TCs durchgeführt.

Bei der Untersuchung von Problemen, die sich mit Gleichungen mit zwei Variablen beschreiben lassen, wird eine Abstraktion von den konkreten tabellarischen und graphischen Verfahren zu den rein algebraischen Verfahren vollzogen. Das Aufstellen und Lösen von Gleichungen soll so als eigenständige Strategie etabliert werden.
Mit den bislang erarbeiteten Methoden haben die Schülerinnen und Schüler Werkzeuge zur Hand, um Modellierungen mit linearen Funktionen vorzunehmen zu können. Dabei werden der Modellierungskreislauf und das Arbeiten in diesem thematisiert. Hierbei spielen das Aufstellen des mathematischen Modells, das Lösen des mathematischen Modells und die Überprüfung des Modells eine große Rolle. Damit wird schwerpunktmäßig die Kompetenz „mathematisch modellieren“ gefördert.

Den Abschluss bilden einige sogenannte Kopfaufgaben und Aufgaben zum Basiswissen.
Vermischte Kopfübungen sind eine **rituelle Lerngelegenheit** für das Wachhalten von mathematischem Grundwissen aus früheren Themen und Klassenstufen. Sie enthalten jeweils Grundaufgaben bzw. deren Umkehrungen zu verschiedenen nicht zum aktuellen Stoff gehörenden Begriffen, Verfahren oder Zusammenhängen, die dauerhaft verfügbar sein sollen. Sie sind Teil einer Selbsteinschätzung der Lernenden mit dem Ziel, Aktivitäten zum Füllen individueller Lücken anzuregen.
In jedem Unterrichtsbaustein lernen die Schülerinnen und Schüler wichtige mathematische Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren sowie deren typische Anwendungen kennen. Diese Lerninhalte sind auch für erfolgreiches Weiterlernen von zentraler Bedeutung. Wir nennen solche Lerninhalte kurz **Basiswissen**. In diesem Teil finden Sie Aufgaben, die alle wichtigen Basiskompetenzen der vergangenen Jahre aus den Bereichen Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionale Zusammenhänge sowie Daten und Zufall wiederholen. Hier finden Sie einfache Aufgaben, für den Fall, dass die Schülerinnen und Schülern wenig Erinnerung haben, aber auch komplexere Aufgaben, um zu testen, wie viel noch gekonnt wird. Die Aufgaben aus diesem Teil helfen durch regelmäßige eigenständige Arbeit die Wissenslücken wieder zu schließen, die Schülerinnen und Schüler erinnern sich an mathematische Kenntnisse und mobilisieren ihre Fertigkeiten sowie Fähigkeiten. Langfristig kann sich so eine hohe mathematische Kompetenz und ein gutes Basiswissen entwickeln. Diese Aufgaben zum Basiswissen sind so gestaltet worden, dass sie gleichzeitig eine Vorbereitung auf das nächste Kapitel sind.

Die Autoren dieses Themenheftes wünschen Ihnen mit dem Taschencomputer und den Arbeitsmaterialien im Verbund mit den Handreichungen viel Erfolg!

Bergkirchen im Mai 2008

INHALTSVERZEICHNIS

Lineare Zusammenhänge

Training

C A l i M E R O

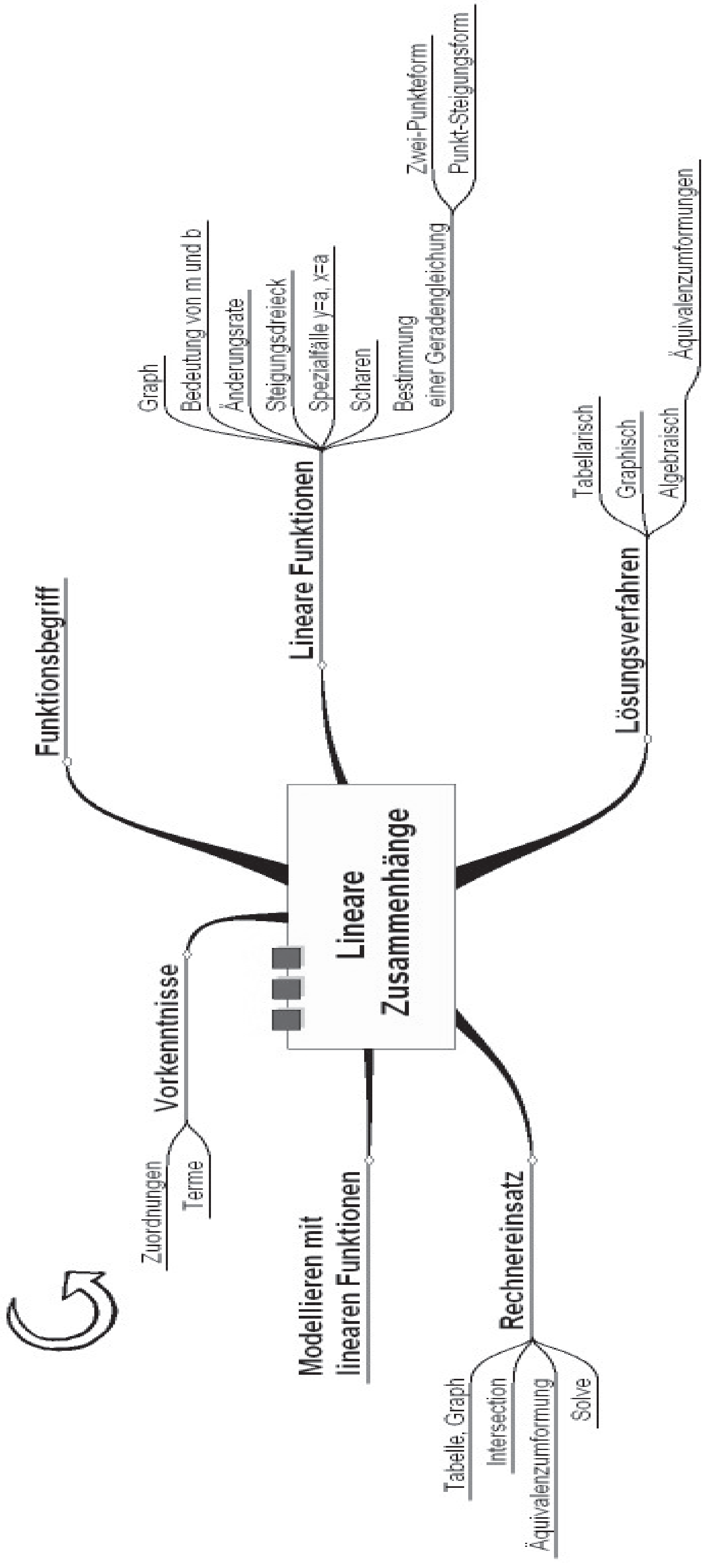
Computer-Algebra im Mathematikunterricht
Entdecken, Rechnen, Organisieren

Lineare Zusammenhänge

L e h r e r m a t e r i a l i e n

Überblick über den Unterrichtsverlauf

Mind Map mit Inhalten



Prozessbezogene Kompetenzen

Anhand dieses Unterrichtsmaterials können bei entsprechender methodischer Umsetzung folgende prozessbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums von den Schülerinnen und Schülern schwerpunktmäßig erworben werden:

Mathematisch argumentieren	Probleme mathematisch lösen	Mathematisch modellieren	Mathematische Darstellungen verwenden	Mit symbolischen, formalen, …	Kommunizieren
• Vermutungen präzisieren • Wissen für mehrschrittige Argumentationen nutzen • Heurismen • Lösungswege vergleichen und bewerten	• Heurismen anwenden • Darstellungen anwenden • Mathematische Verfahren anwenden • Lösungsvielfalt • Ergebnisse beurteilen • Ursachen für Fehler erklären	• Einflussfaktoren finden und beschreiben • Lösungen im Modell ermitteln • Ergebnisse interpretieren	• Tabelle, Graph und Term	• Terme mit Variablen • Tabellen, Graphen, Terme und Gleichungen in linearen Zusammenhängen nutzen • Terme umformen • Verfahren zur Lösung linearer Gleichungen • Taschenrechner zur Kontrolle	• Überlegungen anderen mitteilen • Lösungsansätze und Lösungswege präsentieren • Überlegungen anderer verstehen, auf Schlüssigkeit überprüfen und darauf eingehen

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Mit diesem Unterrichtsmaterial werden folgende inhaltsbezogenen Kompetenzen vermittelt:

Zahlen und Operationen	Größen und Messen	Raum und Form	Funktionaler Zusammenhang	Daten und Zufall
• Rechnen mit dem Taschenrechner • Sachsituationen durch Terme und Gleichungen beschreiben • Terme veranschaulichen und interpretieren • Termstrukturen erkennen und vergleichen • Terme und Gleichungen nutzen • Terme umformen • Lineare Gleichungen, LGS lösen • Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt • Probe nutzen • Parametervariationen			• lineare Zuordnungen erkennen, beschreiben und erläutern • lineare Funktionen identifizieren und nutzen • Zuordnungen darstellen • Mit Zuordnungen modellieren • Parameter deuten und nutzen • Funktionsgleichungen aus Graphen bestimmen • Steigung als Änderungsrate	• Datenpaare darstellen, lineare Regressionen durchführen und nutzen

Hinweise zu rechnerspezifischen und rechnerfreien Fertigkeiten

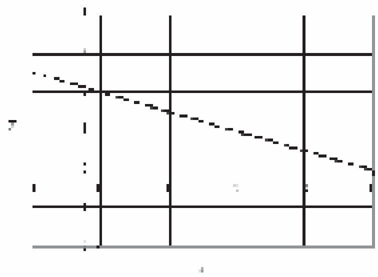
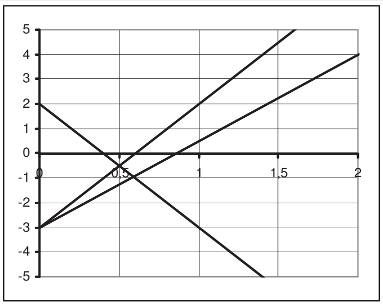
Rechnerfreie Fertigkeiten

Obwohl die Einheit „Lineare Zusammenhänge“ mit Verwendung des TCs als Werkzeug unterrichtet wird, sollen bestimmte Fertigkeiten von den Schülern auch rechnerfrei erworben und beherrscht werden. Diese Fertigkeiten sollen in der Klassenarbeit oder in Kurztests nachgewiesen beziehungsweise abgeprüft werden (siehe 5 und 6: Testaufgaben). Folgende rechnerfreie Fertigkeiten erscheinen uns relevant:

Die Schülerinnen und Schüler sollen:

1. Zu einer gegebenen Linearen Gleichung die zugehörige Gerade skizzieren und den y-Achsen-abschnitt ablesen sowie ein Steigungsdreieck einzeichnen können.
2. Umgekehrt aus einer gegebenen Gerade die zugehörige Gleichung bestimmen können (Bei gut ablesbaren Punkten mit ganzzahligen Koordinaten).
3. Ohne Rechnung schnell verschiedenen Gleichungen die richtigen Graphen aus einem gegebenen Pool zuordnen.
4. Zu gegebenem Argument den Funktionswert aus der Geradengleichung und aus dem Graphen bestimmen (um zwischen Argument, Funktionswert und Funktionsterm zu unterscheiden bzw. den Zusammenhang zwischen diesen herzustellen).
5. Bei vorliegendem LGS entscheiden können, welcher Typ von Lösungsmenge vorliegt, wobei die linearen Gleichungen in der expliziten Form $y = m * x + b$ gegeben sind.
6. Für Lösungsvorschläge einfache Proben durchführen und damit das Verständnis des Begriffes „Lösung“ nachweisen.
7. Mit Äquivalenzumformungen Gleichungen der Art „3 x + 2 y = - 4“ oder „3 x + 2 (y – 4) = - 6“ nach einer Variablen auflösen. Von der Komplexität her sollte nicht mehr als eine Schwierigkeit pro Gleichung auftauchen (eine Klammer oder eine problematische Vorzeichenkonstellation).
8. Das Gleichsetzungsverfahren zur Lösung Linearer Gleichungssysteme grafisch und algebraisch ausführen und beschreiben.

Beispiele:

<table>
<tr><td>1.</td><td colspan="2">Zeichne die Gerade, die durch die Gleichung $y = -\frac{2}{3} \cdot x + 2$ beschrieben wird.</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Gib die zugehörige Gleichung an.</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>
</td><td>Ordne richtig zu:
a) $y = - 3 x + 2$
b) $y = 2 \cdot x – 3$
c) $y = 0,5 x – 1$</td></tr>
</table>

4.	Gib zu der Funktion unter 3a) den Funktionswert an der Stelle 4 an.
5.	Gib an, wie viele gemeinsame Punkte die zugehörigen Geraden haben: a) $y = 3 \cdot x + 2$, $y = 3 \cdot x - 2$ b) $y = 2 \cdot x - 3$, $y = -2 \cdot x - 3$
6.	Prüfe, welches Gleichungssystem von (2 | 3) gelöst wird: a) $y = 2 \cdot x - 1$, $2 \cdot y + 3 \cdot x = 13$ b) $y = 2 \cdot x - 1$, $y = -2 \cdot x - 3$

CAS-Fertigkeiten

Im Umgang mit dem TC sollen die Schüler am Ende der Einheit über folgende Fertigkeiten verfügen:

1. Eine Wertetabelle mit #- und ∍-Menü sowie im Graphikeditor durch Ablesen von Punktkoordinaten erstellen können, um tabellarische und graphische Verfahren verwenden zu können.
2. Die Lösungsmenge von Gleichungen und Gleichungssystemen mit dem SOLVE-Befehl und im Graphikmenü bestimmen. Dieser stellt ein wichtiges technisches Element dar, welches durch ein CAS zur Verfügung gestellt wird.
3. Die entsprechende Ausgabe korrekt interpretieren (Werte angeben, Punkte zeigen), auch wenn die Lösung nicht eindeutig ist. Dies ist erforderlich, um mit dem SOLVE-Befehl verständig umgehen zu können.
4. Beim Einsetzen mehrerer Werte für eine Variable im selben Term (z. B. bei Scharen) Listen im ∀-Editor nutzen können. Dies spart Zeit, weil nicht mehrmals ähnliche Terme eingegeben werden müssen und es wird ein Verständnis für die Datenstruktur „List“ entwickelt.
5. Schrittweise weiterentwickelt wird die Fertigkeit, Funktionen mithilfe eines Terms zu definieren und zu verwenden. Dies vertieft die Nutzung eines wichtigen formalen Elementes der Mathematik, der Funktionsdarstellung.

Beispiele:

1.	solve(3*x+y=0 and 2*x–4*y=9,x)	oder	Intersection-Befehl
2.	solve(3*x+4=y and 3*x–y=-4,x) solve(3*x+4=y and 3*x–y=-5,x)	Ausgabe: Ausgabe:	“ $x = \frac{y-4}{3}$ ” “false”
3.	3*x+4|x={-1,0,1,2}		
4.	Definition durch: 3*x+4→f(x)	Aufruf der Art:	f(-4)

<table>
<tr><td>Thema 1: Lineare Funktionen und deren Eigenschaften</td><td>Dauer: 13 Stunden</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mit Bezug auf die bereits bekannte „Trapezflächeninhaltsformel“-Aufgabe (vgl. SM-Terme S. 27) wird die Form des Funktionsterms der linearen Funktion y(x) = m x + b herausgearbeitet. Anschließend werden durch Parametervariationen die Eigenschaften von Steigung und y-Achsenabschnitt sowie die Auswirkung auf den Graphen untersucht. Durch Aufgaben mit Anwendungsbezug werden verschiedene Variablenbezeichnungen verwendet und Geradenscharen thematisiert. Erst nach umfangreichen Übungen zum händischen Zeichnen von Geraden und Ablesen von Steigung und Ordinatenabschnitt erfolgt über die Zwei-Punkte-Form die Definition des Begriffs der Funktion als eindeutige Zuordnung. An Beispielen zur Bestimmung von Funktionstermen aus mehreren Wertepaaren werden Punktwolken thematisiert und das Regressionsmodul des CAS verwendet.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Besondere Materialien/Technologie:
Anhang (optional): „steigung.geo“-Datei, Excel-Datei „Excel Lineare Zusammenhänge.xls“ ,
Schieberegler in Excel
SM 1.1.1 bis SM 1.7.1., TC-Hilfe
DIN A5 Folien zum Beschreiben, OHP-Display; PC mit Beamer (optional)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Thema 1.1: Die linearen Funktion</td><td>Dauer: 1 Stunden</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aufbauend auf den Kenntnissen von Zuordnungsvorschriften wird die lineare Funktion als ein vorläufiger Begriff eingeführt. Eine Präzisierung erfolgt in 1.5.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Besondere Materialien/Technologie:
Wandplakat aus Packpapier</td></tr>
</table>

Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: Bearbeitung der Aufgabe 1 in Anlehnung an die bekannte Aufgabe am Ende des Themenblocks „Terme“. Darstellung und Besprechung der in Aufgabe 1b) erhaltenen Zuordnungen.	SM 1.1.1 Aufg. 1 OHP-Display	EA / PA
Erarbeitung: Sammeln der Ergebnisse aus Aufgabe 1c) und herausarbeiten des gemeinsamen Termaufbaus und formulieren der Funktionsgleichung $y(x) = m \cdot x + b$. Einführung der Begriffe der linearen Funktion und der Funktionsgleichung: **Jede lineare Funktion hat eine Funktionsgleichung der Form** $\mathbf{y(x) = m \cdot x + b}$ **Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade.**	Tafel	LSG Der Begriff „Funktion“ wird den Schülern mitgeteilt. In der Klasse wird eine Wandzeitung mit der Überschrift „Was ist eine Funktion?“ aufgehängt. Hier sollen die Schüler alles eintragen, was ihnen zu dem Begriff Funktion als Erläuterung einfällt.
Hausaufgabe: Das Prinzip kann mit den Aufgaben aus dem Themenblock „Terme“ SM S. 27/28 wiederholt und vertieft werden.		

Thema 1.2: Funktionenscharen	**Dauer:** 3 Stunden
In diesem Abschnitt wird der Term einer linearen Funktion systematisch mit einem Funktionenlabor erforscht. Dabei lernen die Schüler die Bedeutung von m und b kennen.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 1.1 als Folie (optional) Excel-Datei „Excel Lineare Zusammenhänge.xls“, PC, Beamer	

Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Ggf. Besprechung der Hausaufgabe Die „Split-Screen“-Funktion muss erklärt und vorgestellt werden.	OHP-Display TC-Hilfe	
Erarbeitung: Es sollen die Bedeutung von m und b durch eigene Experimente mit dem TC erkundet werden. Im Gegensatz zum klassischen Vorgehen wird die Klassifikation nicht durch die Strukturierung der Lehrkraft (zuerst b, dann m) vorgegeben. Schüler sollen selbsttätig experimentieren, finden und ordnen (*Funktionenlabor*).	SM 1.1.1 Aufg. 2	Erfahrungsgemäß ist die Art und Form des systematischen Vorgehens sehr unterschiedlich. Als Hilfestellung können die Tipp-Karten im LM 1.1 eingesetzt werden.
Sicherung: Sammeln der Ergebnisse. Der Wissensspeicher sollte am Ende der Stunde erarbeitet und dokumentiert sein. Zusätzlich kann zur weiteren Veranschaulichung und Sicherung der Ergebnisse die Excel-Datei “Excel lineare Zusammenhänge.xls” verwendet werden.	Tafel Wissens-speicher PC-/Beamer-Station Excel-Datei	Aus zeitökonomischen Gründen sollte das Tafelbild von der Lehrkraft als Ergebnis-protokoll erstellt werden.
Hausaufgabe:	SM 1.1.1 Aufg. 3	

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Besprechung der Hausaufgabe Die Schüler geben die gefundenen Gleichungen einzeln in den #-Editor ein und betrachten alle Graphen in dem Graphik-Fenster.	SM 1.1.1 Aufg. 3	Die Aufgabe dient zur Absicherung des Gelernten und zur Hinführung auf die Kurvenscharen.
Erarbeitung: Die Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten der Geraden werden herausgearbeitet. (Variation von m bzw. b unter Beibehaltung des jeweils anderen Parameters.) Der Lehrer demonstriert im #-Editor die Eingabe von Scharen mithilfe des with-Operators (2 K und vgl. SM 1.2) und lässt die Eingabe und Auswirkung von den Schülern beschreiben.	TC-Hilfe	LSG
Vertiefung: Das Gelernte wird in den folgenden Aufgaben wiederholt und vertieft.	SM 1.2.1 Aufg. 1	EA/PA
Hausaufgabe:	SM 1.2.1 Aufg. 1b)	

Ablauf der Stunde 3:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Besprechung der Hausaufgabe **Aufgabe:** Bearbeitung der Aufgaben 1c) bis d). In 1d) wird erneut der funktionale Aspekt aufgegriffen und sollte erinnernd betont werden. Die Aufgabe 1e) ist als Zusatzaufgabe bzw. zur Binnendifferenzierung gedacht.	SM 1.2.1 OHP-Display	Die Sozialform kann angepasst an die Lerngruppe frei gewählt werden. Die Besprechung der Aufgaben sollte in dieser Stunde möglichst abgeschlossen werden.

LM 1.1: Hilfe-Karten zu SM 1.1.1, Aufgabe 1

zu a)

Wähle zunächst für m immer einen Wert und verändere b.

Benutze auch negative Zahlen und Brüche.

Fange an mit:

$y = 2x - 3$

$y = 2x - 1$

$y = 2x + 2$

$y = 2x + 3$

$y = x + 1$

Lege eine Tabelle an.

	m>0	m<0	m=0
b>0			
b<0			
b=0			

zu b)

Benutze zunächst nur die Schrittweite 1.

Eine mögliche Beschreibung ist:

Wenn die x-Werte immer um 2 größer werden, werden die y-Werte ...

Thema 1.3: Steigung und Änderungsrate	**Dauer:** 3 Stunden
In diesem Abschnitt wird der Begriff der Steigung thematisiert und das Steigungsdreieck eingeführt.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 1.3.1 als Folie, Datei „steigung.V2a“, (optional) Datei „steigung.geo“ , PC, Beamer	

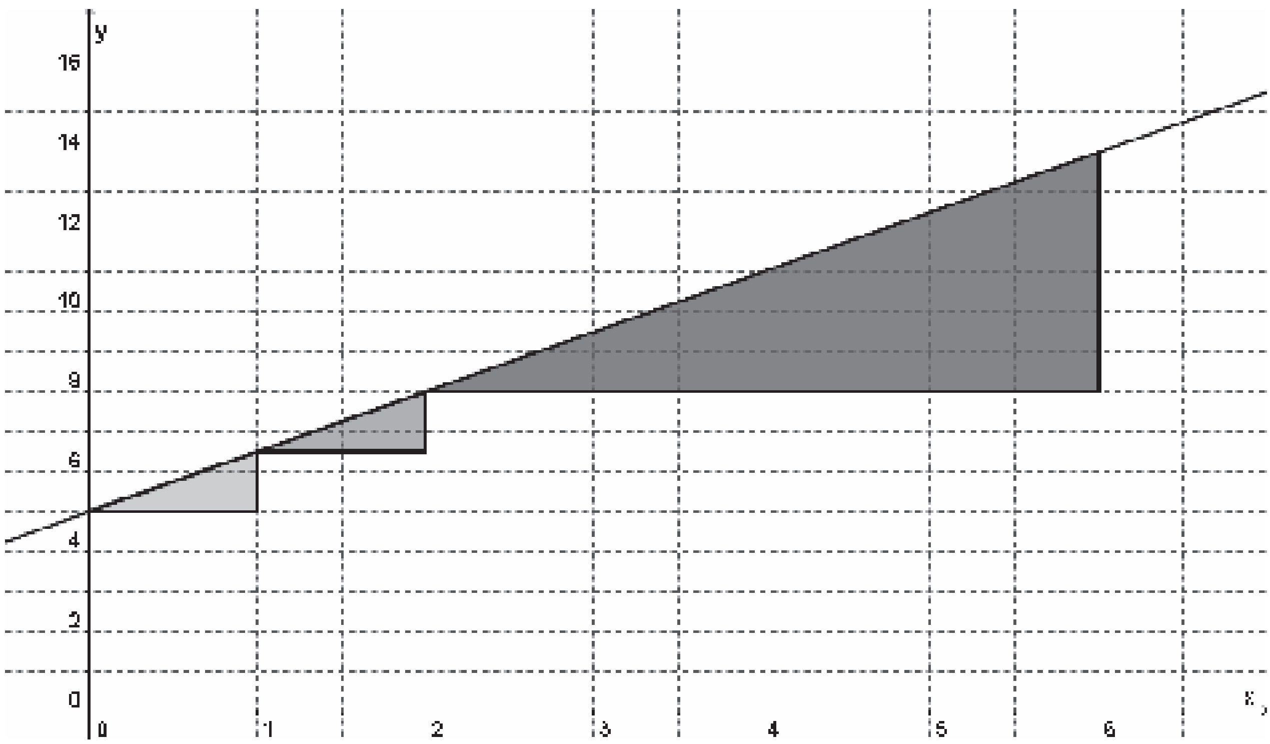
Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: Bearbeitung der Aufgabe 1	SM 1.3.1	EA / PA
Erarbeitung: Besprechung der Aufgabe und Veranschaulichung der Zusammenhänge mithilfe der Folie von LM 1.1 **Information:** Zur zusätzlichen Veranschaulichung des konstanten Seitenverhältnisses im Steigungsdreieck liegt die Datei „steigung.geo“ bei.	LM 1.3.1 als Folie; OHP-Display; Datei „steigung. geo” Wissens-speicher	Bei der erneuten Thematisierung des Steigungsbegriffs liegt hier der Fokus auf dem konstanten Seitenverhältnis im Steigungsdreieck. Dabei erscheint es zur der Bestimmung der Steigung wichtig, sich an gut ablesbaren Gitterpunkten zu orientieren.
Sicherung: Bearbeitung der Aufgabe 2 noch in der Stunde. Nach Bedarf ist diese Übungsphase durch eigene ähnliche Aufgaben zu erweitern.	DIN A5 blanco Folien	Es empfiehlt sich aus zeitökonomischen Gründen, Schülerlösungen auf Folie übertragen zu lassen.
Hausaufgabe: Ggf. abschließende Bearbeitung der Aufgabe 2	SM 1.3.1 Aufg. 2	

Ablauf der Stunde 2/3:

Inhalt	Medien	Kommentar
Sicherung: In dieser zweistündigen Übungsphase sollten die Aufgabe 1 und 4 als Pflichtaufgabe gewählt werden. Mindestens zwei weitere Aufgaben können die Schüler frei wählen.	SM1.3.2 / SM 1.3.3 Präsen-tations-materialien	Es bietet sich aus zeitökonomischen Gründen und zur Förderung der Eigenverantwortlichkeit der Schüler an, Lösungen der einzelnen Aufgaben in Expertenrunden zu sammeln und in der Klasse auszuhängen. Damit haben die Schüler die Möglichkeit zur selbstständigen Bearbeitung weiterer Aufgaben und zum Ergebnissvergleich.
Hausaufgabe: Vorbereitung der Musterlösungen		

LM 1.3.1



Thema 1.4: **Geradengleichungen bestimmen**	**Dauer:** 2 Stunden
In diesem Abschnitt wird die rechnerische Bestimmung einer Geradengleichung behandelt.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 1.5.1 als Folie	

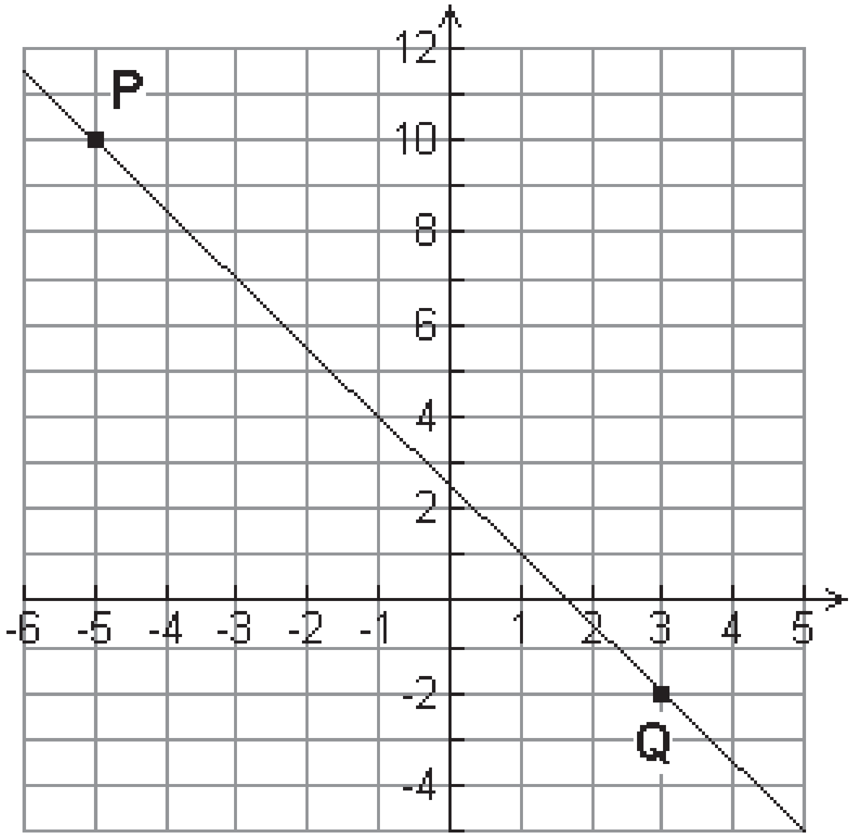
Ablauf der Stunde 1:

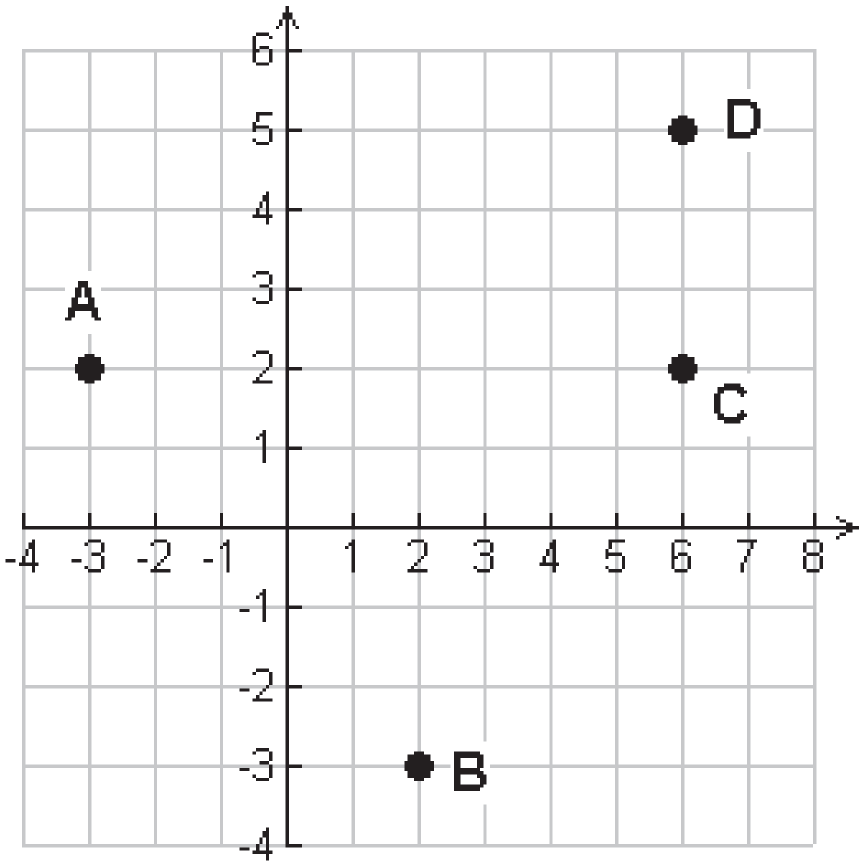
Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: Bearbeitung der Aufgabe 1a) und b)	SM 1.4.1	Die Aufgabe kann, je nach Leistungsstärke der Lerngruppe, zur Bearbeitung kommentarlos den Schülern hereingereicht oder im LSG mit den Schülern gemeinsam erarbeitet werden.
Erarbeitung: • Bei der Besprechung der Aufgabe 1b) ist zu berücksichtigen, dass die Berechnung des y-Achsenabschnittes nicht über Äquivalenzumformungen erfolgt, sondern intuitiv als Umkehraufgabe gerechnet wird. • Den Schülern muss deutlich gemacht werden, dass die bestimmten Ergebnisse abschließend mit dem Graphen auf Stimmigkeit untersucht werden sollten.	LM 1.5.1 als Folie	LSG
Sicherung: Bearbeitung der Aufgabe 1c) Verallgemeinerung des Verfahrens	Wissens-speicher	In Abhängigkeit vom Übungsbedarf ist die Bearbeitung der Aufgabe 2 zu sehen.
Hausaufgabe: Aufgabe 3a) und b) (Ggf. Teilaufgaben der Aufgabe 2)	SM 1.4.1	Die Hausaufgabe ist eine unterrichtsvorbereitende Aufgabe.

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Besprechung der Hausausaufgabe	SM 1.4.1	Es ist davon auszugehen, dass die Bearbeitung der zweiten Teilaufgabe z. T. Schwierigkeiten bereitet hat.
Erarbeitung: Erarbeitung der Lösungsstrategie „Punktprobe“: • Aufstellen der Geradengleichung (Wiederholung) • Punktprobe durch Einsetzen der entsprechenden Punkt-koordinaten für x und y. • Führt das Einsetzen der Werte zu einer wahren Aussage, so liegt der Punkt auf der Geraden.	Tafel	LSG
Sicherung: Bearbeitung der Aufgabe 3c)	SM 1.4.1	In Abhängigkeit vom Übungsbedarf ist die Bearbeitung der Aufg. 2 auch hier möglich.
Hausaufgabe:	SM 1.4.1 Aufg. 4a)	

LM 1.5.1





Thema 1.5: Funktionsbegriff	**Dauer:** 2 Stunden
Der bislang verwendete Begriff „Funktion“ erfährt eine Präzisierung. Dabei kann je nach Gesprächsbereitschaft der Klasse die Wandzeitung in den Mittelpunkt gestellt werden oder die Erarbeitung auf der Aufgabe SM 1.4.1, 4a aufgebaut werden.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 1.5.1 als Folie, Wandzeitung	

Ablauf der Stunde 1/2:

Inhalt Einführung des Funktionsbegriffs	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Die aufgetretenen Probleme sollten deutlich benannt und diskutiert werden. (m: Teilen durch Null – Steigung unendlich groß; b: nicht ablesbar/bestimmbar; Aufstellen der Funktionsgleichung?) Die Aufstellung der zugehörigen Gleichung ist nicht erforderlich. Alternativ: Auswertung der (hoffentlich zahlreichen) Kommentare auf der Wandzeitung.	SM 1.5.1 Aufg. 4a LM 1.5.1 als Folie Wand- zeitung	Es ist davon auszugehen, dass die Bearbeitung dieser Teilaufgabe z. T. Schwierigkeiten bereiten wird. Hier sollte den Schülern ausreichend Zeit zum Diskutieren und Verstehen gegeben werden, damit Widersprüche im SSG geklärt werden können.
Erarbeitung: Fokusierung und Zusammenfassung der Gründe, warum es zu der zur y-Achse parallelen Geraden keine Funktionsgleichung gibt. Ergebnis sollte sein, dass die Eindeutigkeit der Zuordnung der x- und y-Werte nicht gegeben ist. **Information:** Definition der Funktion als eindeutige Zuordnung und Möglichkeit der Überprüfung durch den „Senkrecht-Test“.	 Wissens- speicher	LSG
Sicherung: Anhand der Aufgabe 1 soll das Erarbeitete geübt und vertieft werden. Anhand von zwei Beispielen aus dem Alltag sollen die Schüler entscheiden, ob die Zuordnungen ein- oder mehrdeutig sind. Z. B. Hausnummer → Straße Straße → Hausnummer Name des Schülers → Geburtsdatum Geburtsdatum → Name des Schülers Alter → Körpergröße	SM 1.5.1	EA/PA
Hausaufgabe: Formuliere schriftlich mindestens drei weitere Alltagssituationen als Zuordnung und überlege, ob die Zuordnung ein- oder mehrdeutig ist. (Optional: Zeichne den zugehörigen Graphen der Zuordnung.)		

Thema 1.6: Geraden durch Punktwolken	**Dauer:** 2 Stunden
In diesem Abschnitt steht das Finden einer Ausgleichsgeraden im Mittelpunkt. Nach ersten eigenen Versuchen wird das Regressionsmodul des TCs vorgestellt..	
Besondere Materialien/Technologie: TC-Hilfe, OHP-Display	

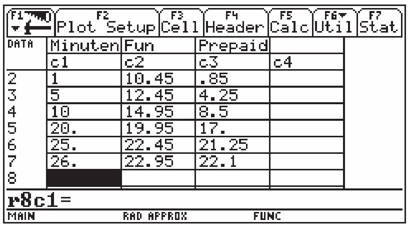
Ablauf der Stunde 1/2:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Kurze Vorstellung der Hausaufgabe		LSG
Die Inhalte zu der Thematik „Punktwolke“ können als Gruppenarbeit mit anschließender Präsentation der Ergebnisse einschließlich der Lösungsprozesse durchgeführt werden. Der Präsentationsauftrag hierfür ist von der Lehrkraft vor Beginn der Gruppenarbeit entsprechend zu formulieren. Die Art und die Medienwahl für die Präsentation können dabei frei bleiben. Wichtig für den Erkenntnisprozess ist: • das selbstständige Auswählen der bereits bekannten Methoden und Hilfsmittel zur Bearbeitung linearer Problemstellungen. • die Auseinandersetzung mit den verschiedenen Möglichkeiten für das Anlegen einer Ausgleichsgeraden und der damit verbundene Vergleich der verschiedenen Modelle.	SM 1.6.1	GA
Sicherung: Nach Abschluss der Präsentation und Problematisierung der Lösungsvielfalt stellt die Lehrkraft das Regressions-Modul des TCs vor. Anschließend werden die Schüler aufgefordert, das Regressions-Modul auf ihre Aufgabe anzuwenden und mit den zunächst gefundenen Lösungen zu vergleichen.	TC-Hilfe	LSG EA/PA

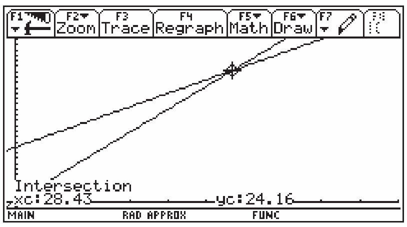
Thema 2.1: **Lösen von Gleichungen mit Tabelle und Graph**	**Dauer:** 4 Stunden
Die Funktionsgleichungen linearer Funktionen werden benutzt, um in das Lösen linearer Gleichungen einzuführen. Anhand der Datentabelle, der Wertetabelle und der Graphendarstellung des TCs werden tabellarische und graphische Lösungsverfahren behandelt. Die Beispiele betreffen die Fälle „Term = Term“ und „Term = const“, wobei der Bezug zu linearen Funktionen (Termform m x + b) nicht verlassen wird. Da sich der Lösungsprozess im Wesentlichen am Rechner vollzieht, soll auf eine nachvollziehbare Dokumentation Wert gelegt werden.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 2.1.1 als Folie, LM 2.1.2 als Schülerkopie SM 2.1.2 bis SM 2.1.3, TC-Hilfe Leere Handfolien in DIN A5-Größe, Stifte, OHP-Display	

Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Vorstellung des Tarifproblems: “Welcher Handy-Tarif ist günstiger?” In einem Gespräch über Handy-Tarife muss deutlich werden, dass für die Lösungsüberlegungen der Tarif-Dschungel vereinfacht werden muss. Dazu wird die Tabelle aus der Aufgabe eingesetzt. Das Verständnis für die Problemstellung sollte durch die Berechnung einzelner Kosten gefördert werden (auch Schätzungen).	 Folie LM 2.1.1 SM 2.1.1 Aufg. 1a	 UG Die Modellierung betrifft das Finden und Arbeiten in einem vereinfachten mathematischen Modell. Eine tiefergehende Modellierung schließt sich in 2.6 an.
Erarbeitung: In einer Gruppenarbeit wird der Auftrag gegeben, zunächst die Kostenentwicklung zur Hauptzeit zu untersuchen. Zu erwarten sind folgende Möglichkeiten: systematisches Probieren, händische Tabelle (ohne Term), Aufstellen von Termen, damit tabellarische und graphische Darstellung. Während der GA überträgt der Lehrer die Tabelle an die Tafel. Die Präsentation erfolgt je nach Dokumentation mit der Handfolie, an der Tafel oder mit dem TC.	 Folie LM 2.1.1 Handfolie OHP-Display	 GA Für eine Lösungsvielfalt sollte eine bestimmte Lösungsmethode nicht vorbesprochen werden.

Auswertung: Der weitere Unterrichtsablauf hängt von den Schülervorschlägen ab, daher wird entweder der Handlungsstrang Tabelle oder Graph weiterverfolgt. Die andere Möglichkeit wird dann in der folgenden Stunde besprochen. **Handlungsstrang Tabelle** Man beginnt mit einzeln berechneten Kosten in einer Datentabelle. Der Rechenaufwand führt bald zur Überlegung, einen Term zur automatischen Berechnung der Gesprächskosten aufzustellen. Die Schüler kennen die Programmierung der Tabellenköpfe aus der Unterrichtseinheit “Zuordnungen” und stellen (ggf. mit Hilfestellung) selbst einen passenden Term auf. Gezieltes Auswählen der Werte in c2 und c3 führt zur gesuchten Lösung in c1. Dabei ist sowohl auf die Argumentation zu achten “Kosten für Fun werden ab ... größer als Kosten für Prepaid” als auch auf den Bezug zur Problemstellung.  	Handfolie der Schüler bzw. OHP-Display	UG
Hausaufgabe: Übertragen der Lösungsmethode auf den Nebenzeit-Tarif.	SM 2.1.1 Aufg. 1b	

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt	Medien	Kommentar
Wiederholung: Besprechung der Hausaufgabe	Folie LM 2.1.1	UG
Erarbeitung: Aufgreifen des anderen Möglichkeit: **Handlungsstrang Graph** Zu den Handy-Tarifen werden Terme aufgestellt und in den #-Editor eingegeben. Ggf. muss bei der ∃-Einstellung Hilfestellung gegeben werden (gezieltes Abschätzen). Eine Näherungslösung kann mit dem Trace-Modus erreicht werden.   Die Vorstellung des Intersection-Befehls führt zu einer genaueren Lösung. Dabei ist sowohl auf die Argumentation zu achten “Graph zu Fun verläuft ab ... über dem Graphen zu Prepaid” oder “die Funktionswerte/Kosten von Fun sind ab ... größer als die von Prepaid“ als auch auf den Bezug zur Problemstellung.	Handfolie der Schüler bzw. OHP-Display TC-Hilfe Wissens-speicher	LSG LV

Sicherung: So kannst du mit dem TC Schnittpunkte linearer Funktionen finden: <u>graphisch</u>: Finde einen Schnittpunkt der zugehörigen Graphen. Die erste Koordinate ist dann die Lösung. <u>tabellarisch:</u> Finde einen c1-Wert/x-Wert mit näherungsweise übereinstimmenden Tabelleneinträgen in den nachfolgenden Spalten.		
Vertiefung/Hausaufgabe: Wochenendtarif mit beiden Verfahren Übungsaufaufgabe Mietwagenverleih	SM 2.1.1 Aufg. 1c, SM 2.1.2 Aufg. 1 LM 2.1.2	PA Auf eine Dokumentation der Lösung ist zu achten (Muster in LM 2.1.2) Diese sollte auch in den Wissensspeicher übernommen werden.

Ablauf der Stunde 3/4:

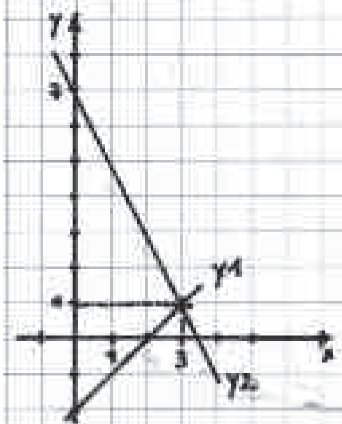
Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Die Anhängeraufgabe wird zur Hinführung des Gleichsetzens von Funktionstermen genutzt. Die Schüler werden mit der Frage konfrontiert: Interpretiere den Ausdruck $0{,}15 \cdot x + 15 = 0{,}25 \cdot x + 10$	SM 2.1.2 Aufg. 1	Ich-Du-Wir-Prinzip
Erarbeitung: Anhand der Tabelle und der Graphen wird herausgearbeitet: Gesucht ist ein Wert für x, für den beide y-Werte übereinstimmen. Gesucht ist der Wert für x, für den die Funktionswerte übereinstimmen.	OHP-Display	LSG
Vertiefung: In den Übungsaufgaben ist ein Transfer des graphischen Verfahrens auf den Fall "Term = const" zu leisten (Aufgabe 4) sowie eine Verfeinerung der Tabelle (Aufgabe 5). Dies kann ggf. nur von den leistungsstarken Schülern bearbeitet werden, die nachher ihre Ergebnisse vorstellen. **Ergebnis:** Präsentation von ausgewählten Aufgaben. **Hausaufgabe:** Aufgabe Elektrizitätsversorger	SM 2.1.2 u. 2.1.3 Aufg. 2-5 OHP-Display SM 2.1.3 Aufg. 6	PA LSG Evtl. Vorbesprechung mit Hilfestellung zur ∃-Einstellung.

LM 2.1.1: Handy-Tarife

Tarifmerkmale CAliMERO – EASY		
EASY Verbindungspreise innerhalb von Deutschland		
	EASY – FUN	**EASY – PREPAID**
Grundpreis monatlich	10,00 €	0,00 €
Anrufe ins deutsche Festnetz zur Hauptzeit (pro Minute)	0,50 €	0,85 €
Anrufe ins deutsche Festnetz zur Nebenzeit (pro Minute)	0,25 €	0,35 €
Anrufe am Wochenende (pro Minute)	0,20 €	0,08 €
SMS versenden	0,15 €	0,15 €

LM 2.1.2: Musterlösung zur Dokumentation

Ein möglicher Aufbau für eine nachvollziehbare Dokumentation des Lösungsweges, je nach gewähltem Verfahren. Bietet sich als Kopie für den Wissensspeicher an.

graphisch	***tabellarisch***	
	mit einer Wertetabelle	***mit einer Datentabelle***
- gib beide Terme y1 und y2 an *- skizziere beide Graphen und markiere den Schnittpunkt* *- schreibe einen Antwortsatz*	*- gib beide Terme y1 und y2 an* *- notiere einen Auszug aus der Tabelle und markiere die Lösung* *- schreibe einen Antwortsatz*	*- gib beide Terme c2 und c3 an* *- notiere einen Auszug aus der Tabelle und markiere die Lösung* *- schreibe einen Antwortsatz*
y1 = x-2 y2 = 7-2x  Bei x=3 schneiden sich beide Graphen. Die Lösung ist also 3.	y1 = x-2 y2 = 7-2x x | y1 | y2 2 | 0 | 3 3 | 1 | 1 4 | 2 | -1 Für x=3 ist y1 = y2. Also ist 3 die gesuchte Zahl.	c2 = c1 - 2 c3 = 7 - 2·c1 c1 | c2 | c3 2 | 0 | 3 3 | 1 | 1 4 | 2 | -1 Für c1 = 3 sind c2 und c3 gleich. Die Lösung ist also 3.

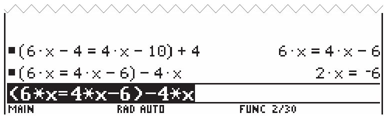
Thema 2.2: **Äquivalenzumformungen**	**Dauer:** 3 Stunden
Terme mit großen Zahlenwerten lassen sich mit der tabellarischen bzw. graphischen Methode aufgrund der Schwierigkeiten bei der ∃-Einstellung und dem Ablesen am Graphen schwer lösen. Dies dient zur Motivation der Notwendigkeit einer algebraischen Lösung. Die Äquivalenz und die äquivalenten Umformung von Gleichungen werden am Waagemodell und mithilfe der Möglichkeiten von CAS eingeführt.	
Besondere Materialien/Technologie: LM 2.2.1 und LM 2.2.2 als Folie, optional LM 2.1.3 und LM 2.1.4 als Folie SM: 2.2.1 bis SM 2.2.3.	

Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg: Die Aufgabe wird vorgestellt: *Für Gewerbebetriebe bietet "everlight" neben einem Normal- und Kleinverbrauchertarif (s. Aufgabe 6 vom vorherigen Blatt) zudem einen Großverbrauchertarif an. Nur 4 Cent kostet in diesem Tarif eine Kilowattstunde elektrischer Arbeit. Dafür muss der Gewerbebetrieb monatlich jedoch 7.300 € an "everlight" als Grundgebühr überweisen! In welchem Falle sollte der Betrieb diesen Tarif wählen?*	SM 2.2.1, Aufg. 1	Ich-Du-Wir-Methode
Nach einer individuellen Auseinandersetzung wird festgestellt, dass eine Lösung der Gleichung sehr aufwändig ist, da eine passende ∃-Einstellung schwierig zu finden ist.		UG
Der TC-Befehl solve wird vorgestellt oder durch Suchen in der TC-Hilfe entdeckt. Fragestellung: "Wie ermittelt der TC die Lösung?"	TC-Hilfe	LV/EA
Erarbeitung: Das Verfahren soll am Beispiel der Gleichung $4x + 5 = 2x + 13$ erarbeitet werden. Dabei dient das Waagemodell zur Veranschaulichung.	Folie LM 2.2.1 Lösung	PA UG
Übersetze die erlaubten Manipulationen der Waage in Umformungen der Gleichung.	LM 2.2.2	Das Waagemodell trägt nicht sehr weit und wird daher nur als eine Möglichkeit zur Veranschaulichung genutzt. Den Schülern muss deutlich die Begrenztheit dieses Modells gezeigt werden.
Die Beschreibung wird durch den „Kommandostrich" mit der nachfolgenden Operation ersetzt. Ziel ist es, die gegebene Situation / Gleichung durch Manipulationen / Umformungen so zu vereinfachen, dass man die Lösung sofort ablesen kann.	SM 2.2.1 Aufg.2	

Sicherung 1: Ohne dass die Waage aus dem Gleichgewicht gerät, darf man: • Beiden Schalen die gleiche Anzahl Würfel entnehmen oder zufügen. • Beiden Schalen die gleiche Zahl Kugeln entnehmen oder zufügen. • Die Zahl der Kugeln und die der Würfel auf beiden Seiten durch denselben Wert teilen oder mit demselben Wert (außer Null) multiplizieren. **Sicherung 2:** Folgende Operationen sind bei Umformungen erlaubt: • Addieren oder Subtrahieren des gleichen Terms auf beiden Seiten der Gleichung • Addieren oder Subtrahieren der gleichen Zahl auf beiden Seiten der Gleichung • Multiplizieren oder Dividieren beider Seiten der Gleichung mit der gleichen Zahl (außer Null). Die Gleichungen, die durch diese Umformungen entstehen, heißen **äquivalent**. Die Umformungen heißen **Äquivalenz-umformungen**.	Wissens- speicher	UG Variante: Die einzelnen Schritte der Äquivalenzum-formungen können auch mit dem solve-Befehl überprüft werden. Auf diesem Wege ist es möglich zu erarbeiten, dass äquivalente Gleichungen dieselben Lösungen besitzen.
Hausaufgabe: Übungen mit Waagemodell/CAS	SM 2.2.2, Aufg. 3	Einige Gleichungen lassen sich nicht mit dem Waagemodell veranschaulichen.

Ablauf der Stunde 2:

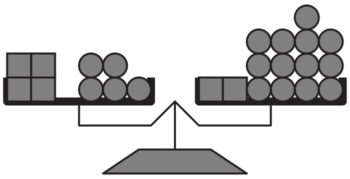
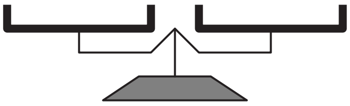
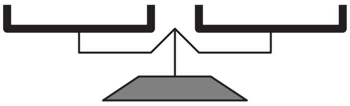
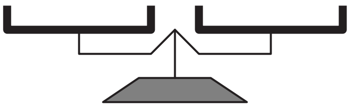
Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Wiederholung: Waagegeschichte(n) als mögliche Wiederholung Die Schüler werden aufgefordert, die Manipulationen an der Waage und die Umformungen der Gleichung in Beziehung zu setzen. **Einstieg:** Bei der Besprechung der Hausaufgaben werden die entsprechenden Aufgaben genutzt, um die Grenzen des Waagemodells zu zeigen. Den Schülern wird ein neues, elektronisches Hilfsmittel als „Tutorsystem“ vorgestellt: 	Folien LM 2.1.3 LM 2.1.4	LSG Möglichst auf eine Waagegeschichte beschränken. Die TC-Notation soll den Schülern helfen, ihre äquivalenten Umfor-mungen schrittweise zu kontrollieren. Kollisionen mit der „Kommandostrich“-Schreibweise müssen ausgeräumt werden.

Übungen: Aufgaben aus Schülermaterial Die Übungen sollen den Schülern Sicherheit im Umgang mit den Äqivalenzumformungen geben, aber nicht übertrieben werden.	SM 2.2.2 Aufg. 4a-i	EA/PA
Hausaufgabe: Übungen zur Äquivalenzumformung Für leistungsstarke Schüler ist SM 2.2.2, Aufgabe 4x-z gedacht.	SM 2.2.2, Aufg. 4j-n	

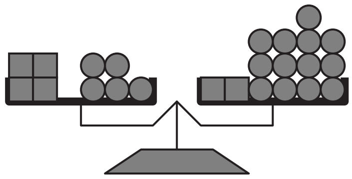
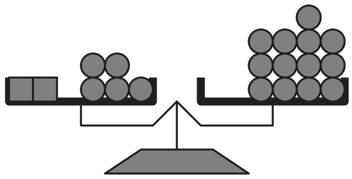
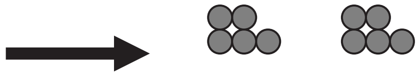
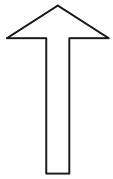
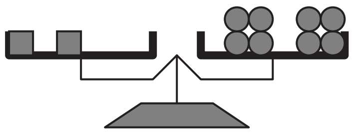
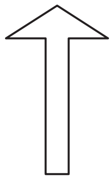
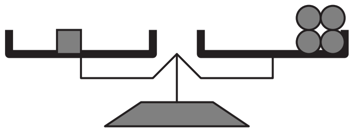
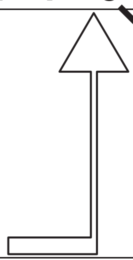
Ablauf der Stunde 3:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Wiederholung: Besprechung der Hausaufgaben **Übungen:** Weitere Übungen, Präsentation und Klärung von Fragen **Sicherung:** Rückschau: „Was haben wir zum Lösen von Gleichungen gelernt?“ „Bei welchen Aufgaben passen welche Methoden?“ Für weitere Übungen stehen die Aufgaben in SM 2.3.1 zur Verfügung.	SM 2.2.3 Aufg. 5-8 Wissens- speicher SM 2.3.1	Hausaufgabenvergleich in zufällig zusammen-gestellten Vierergruppen.

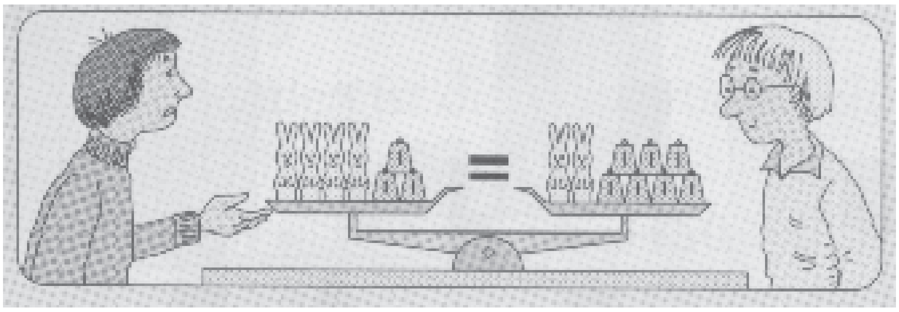
LM 2.2.1: Waagemodell

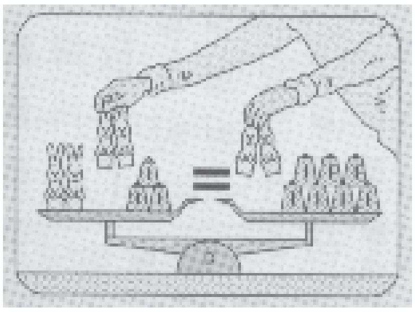
		
$4 \cdot x + 5 = 2 \cdot x + 13$		
		
		
		

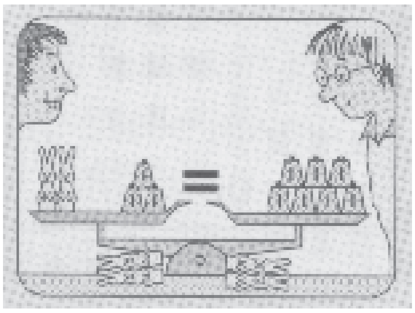
LM 2.2.2: Lösung zum Waagemodell

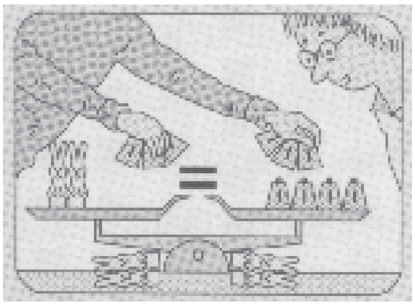
		
4 · x + 5 = 2 · x + 13	**| – 2 x**	**4 · 4 + 5 = 2 · 4 + 13**
		
2 · x + 5 = 13	**| – 5**	**2 · 4 + 5 = 13**
	Halbiere beide Seiten	
2 · x = 8	**|: 2**	**2 · 4 = 8**
	**Ziel erreicht:** **x steht allein auf einer Seite**	
x = 4		

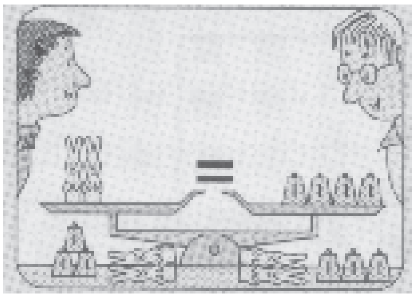
LM 2.1.3: Gleichungsgeschichte 1





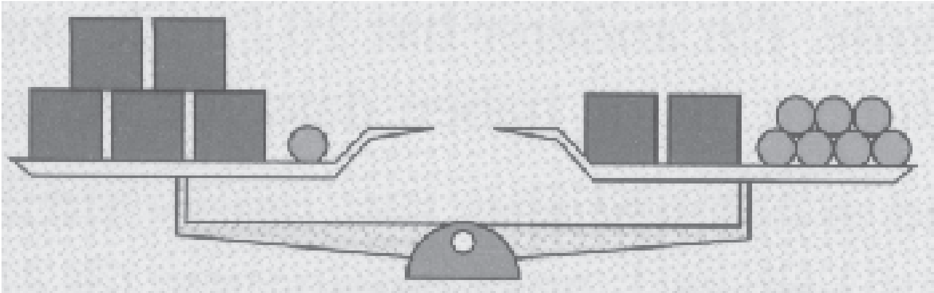


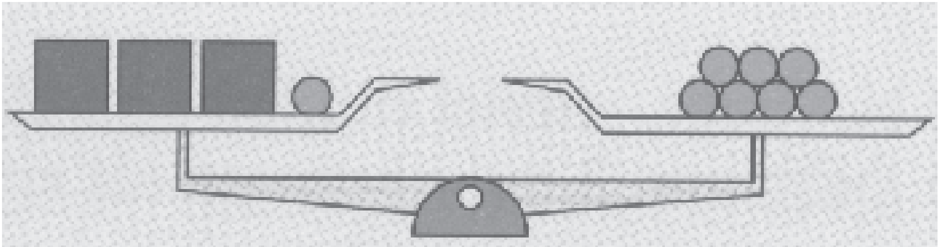


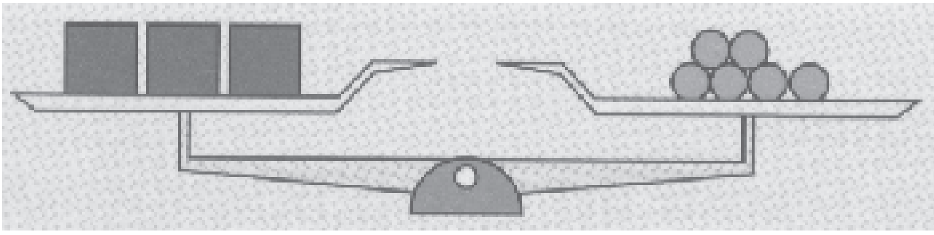


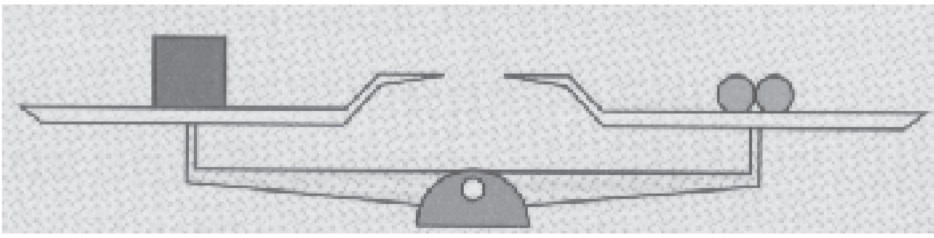
Welche Gleichung wird hier gelöst?
Erkläre das Verfahren!

LM 2.1.4: Gleichungsgeschichte 2









Welche Gleichung wird hier gelöst?
Erkläre das Verfahren!

Thema 2.3: Nullstellen	**Dauer:** 1 Stunde
In diesem Abschnitt geht es um die Erarbeitung des Begriffs der Nullstelle. Wie in den vorigen Abschnitten werden tabellarische, graphische und numerische Lösungsverfahren verwendet.	
Besondere Materialien/Technologie: SM 2.3.1	

Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg: “Kerosinverbrauchsaufgabe”	SM 2.3.1 Aufg. 1a	EA / PA
Erarbeitung: Es ergeben sich drei Lösungsstrategien: Graph, Tabelle, Gleichung, diese werden vergleichend einander gegenüber gestellt. Das Fazit der Untersuchung ist die Definition: „Die Schnittstelle des Graphen auf der x-Achse nennt man Nullstelle“.	Tafel Wissens- speicher	UG
Übung: Aufgaben zur Übung und Vertiefung des Begriffs „Nullstelle“.	SM 2.3.1 Aufg. 2, 3, 5	
Hausaufgabe: Variation der Kerosinverbrauchsaufgabe mit Mindestmenge im Tank und weitere Aufgaben	SM 2.3.1 Aufg. 1b, Aufg. 4 Blanko- folie	

Thema 2.4: **Spezielle Lösungsmengen**	**Dauer:** 2 Stunden
In diesem Abschnitt geht es um die Darstellung des Zusammenhangs zwischen den algebraischen Lösungsvarianten und der geometrischen Beziehungen der zugehörigen Geraden: Identität, Parallelität und Schnitt.	
Besondere Materialien/Technologie: SM 2.4.1 und SM 2.4.2	

Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Besprechung der Hausaufgabe: Präsentation der Hausaufgabe durch Schüler auf der zu Hause vorbereiteten Folie.	Folie	SV
Einstieg: “Untersuche die Graphen der folgenden linearen Funktionen auf Schnittpunkte: a) $y_1(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{2}$ und $y_2(x) = 3{,}5 - 0{,}2x$ b) $y_3(x) = \frac{3}{4}x - 7$ und $y_4(x) = 0{,}75x + 5$ c) $y_5(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ und $y_6(x) = \frac{3}{2}x - 2$ ”	SM 2.4.1 Aufg. 1	EA / PA Rechnereinsatz ist nicht nur möglich, sondern erwünscht.
Erarbeitung: Sammeln der Beobachtungen: a) Die Geraden sind identisch und haben somit alle Punkte gemeinsam. Daher kann man für x jede beliebige bekannte Zahl einsetzen. Man erkennt dies bei den Äquivalenzumformungen an einer Endzeile des Typs: 0=0. b) Die Geraden sind parallel zueinander und haben daher keine gemeinsamen Punkte. Die Gleichsetzung der Funktionsterme führt auf einen Widerspruch. c) Die Geraden schneiden sich (wie bekannt) in einem Punkt. Die Gleichung hat genau eine Lösung.	Tafel	UG
Vertiefung: Definition der Begriffe „wahre Aussage“ und „falsche Aussage“, der Lösungsmenge und ihrer Schreibweisen.	Tafel	Info durch den Lehrer
Übungen:	SM 2.4.1 Aufg. 2-4	EA / PA Rest der Aufgaben als Hausaufgabe
Hausaufgabe:	SM 2.4.1 Aufg. 2-4	

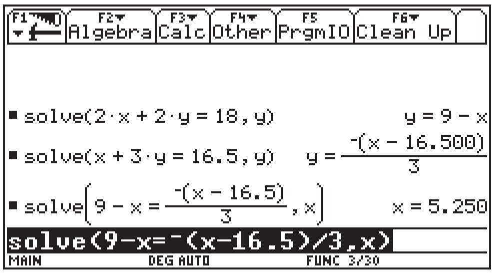
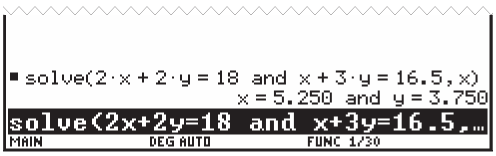
In der folgenden Stunde sollen die Inhalte der ersten Stunde von einer anderen Seite beleuchtet werden, um dabei auch Grenzen des gewählten Modells aufzuzeigen. Diese Fragestellungen werden auch zum Anlass genommen, rückblickend vernetzend algebraische und geometrische Zusammenhänge aufzuzeigen. Dies dient der Plateaubildung im Lernprozess, bevor im Kapitel 2.5. die Gleichungen als unabhängige Heurismen genutzt werden.

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Besprechung der Hausaufgabe: Ergebnisvergleich		UG
Aufgabe: „Kerzenaufgaben“ „Drei Seitengeraden bestimmen ein Dreieck. Bestimme die Eckpunkte.“	SM 2.4.2 Aufg. 1, 2	Zweck der Aufgaben: Siehe Rückschau!
Rückschau: Die Kerzenaufgaben führen für b) auf einen Schnittpunkt mit negativer Zeit und für c) auf einen Schnittpunkt mit negativer Länge. Mit den Schülern soll für b) im Gespräch geklärt werden, dass die negative Zeit aus den Steigungen der zugehörigen linearen Funktionen folgt. Im Fall c) ist die eine Kerze ebenfalls vor der anderen abgebrannt. Hier ist eine Plausibilitätsüberprüfung nötig. Auch bei den Aufgaben zum Dreieck kann die Existenz der Schnittpunkte im Vorfeld durch den Vergleich der Geradensteigungen geklärt werden.	Tafel	UG Durch die Rückschau wird die Modellbildung kritisch hinterfragt.
Hausaufgabe: „Dein Mitschüler Fritz hat die letzten Stunden gefehlt. Erkläre ihm schriftlich, wie man ohne zu rechnen an Geradengleichungen erkennen kann, welche Art von Lösungsmengen entstehen.“	SM 2.4.1 Aufg. 3	

Thema 2.5: Gleichungssysteme	**Dauer:** 5 Stunden
In diesem Abschnitt werden Probleme untersucht, die sich mit Gleichungen mit zwei Variablen beschreiben lassen. Dabei geht es auch darum, von den konkreten tabellarischen und graphischen Verfahren zu den rein algebraischen Verfahren zu abstrahieren, damit das Aufstellen und Lösen von Gleichungen als eigenständige heuristische Strategie etabliert wird.	
Besondere Materialien/Technologie: Zu einigen Aufgaben im Schülermaterial existieren Lösungshinweise im Lehrermaterial. SM 2.5.1 bis SM 2.5.6	

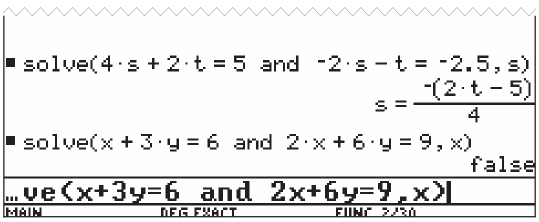
Ablauf der Stunde 1:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Hausaufgabenvergleich: Einzelne Schüler tragen ihre Bearbeitungen vor.		SV
Erarbeitung 1: “Kinokassenaufgabe” Aufstellen der Gleichungen zur Aufgabe	SM 2.5.1 Aufg. 1	PA
Erarbeitung 2: Lösung des Gleichungssystems nach dem Gleichsetzungsverfahren. Lösungsstrategie: Beide Gleichungen nach y auflösen und durch Gleichsetzen nach x lösen. „solve(Gleichung,y)“ erledigt diese Umformung. Diese Umstellung kann hier nochmals exemplarisch an einigen wenigen Beispielen händisch geübt werden (siehe SM 2.5.1 Nr. 2). 	OHP- Display SM 2.5.1 Aufg. 2	Der Sinn der Vorgehensweise besteht darin, dass die Struktur des Gleichsetzungsverfahrens verdeutlicht wird, aber der Rechenaufwand der Gleichungsumformung an den Rechner delegiert wird.
Erarbeitung 3: Das oben erarbeitete Verfahren kann dem Rechner übergeben werden. Die Strategie lässt sich durch eine einzelne Anweisung des Rechner ersetzen (solve(… and …,x): 	OHP- Display TC-Hilfe	
Hausaufgabe: “Hasen und Hennen”	SM 2.5.1 Aufg. 3	

Ablauf der Stunde 2:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Besprechung der Hausaufgabe: “Hasen und Hennen”	SM 2.5.2	In EA bearbeiten die Schüler die linke Spalte von SM 2.5.2 zum Vergleich mit ihrer eigenen Lösung und anschließend zur Übung die rechte Spalte des Materials.
Übungen: Übungen zu verschiedenen Aspekten Pflichtaufgaben: SM 2.5.1 Aufgabe 4, 5, (6) (Aus dem Aufgabenmaterial SM 2.5.1werden Aufgaben ausgewählt. Bei der Auswahl ist darauf zu achten, dass eine Breite nicht nur bezüglich der Inhalte sondern auch der Aufgabentypen erreicht wird.)	SM 2.5.1 Aufg. 4, 5, (6)	Aus dem Aufgaben-material SM 2.5.1werden Aufgaben ausgewählt.
Hausaufgabe: Vorbereitung eines LGS mit “ungünstigen Koeffizienten” zur Behandlung von Sonderfällen in der nächsten Stunde.	SM 2.5.1 Aufg. 3	

Ablauf der Stunde 3:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Besprechung der Hausaufgabe: Begründung der „ungünstigen Koeffizienten“ durch geometrische Lagebeziehung der zugehörigen Geraden (sind fast parallel und liegen sehr dicht beieinander)	OHP- Display	
Erarbeitung: Parallele und identische Geraden und die zugehörigen Ausgaben von solve(… and …,x) Ausgabe für den Fall mit unendlich vielen bzw. keinen Lösungen 		
Übungen:	SM 2.5.3 Aufg. 1	
Hausaufgabe: Rest der Übungsaufgaben	SM 2.5.1 Aufg. 1	

Ablauf der Stunden 4 und 5:

Inhalt	Medien	Kommentar
Besprechung der Hausaufgabe: Ergebnisvergleich	OHP- Display	
Übungen: Übungen zu verschiedenen Aspekten	 SM 2.5.3 Aufg. 2 bis SM 2.5.6	 Bearbeitung in Einzel- arbeit und Gruppenarbeit unterschiedlicher Ausprägung.
Präsentation und Sicherung: Ergebnispräsentation zum Vergleich		 Lösungen durch die Gruppen für alle Schülerinnen und Schüler bereitstellen.
Hausaufgabe: weitere Übungsaufgaben	 SM 2.5.3 bis SM 2.5.6	 Auswahl aus dem Aufgabenangebot treffen.

Thema 2.6: Modellieren mit linearen Funktionen	**Dauer:** 3 Stunden
Die Schüler haben nun genug Methoden zur Hand, um Modellierungen mit linearen Funktionen vorzunehmen. Dabei lernen die Schüler den Modellierungskreislauf kennen und das Arbeiten in diesem. Hierbei spielen das Aufstellen des mathematischen Modells, das Lösen des mathematischen Modells und die Überprüfung des Modells eine große Rolle. Damit wird schwerpunktmäßig die Kompetenz „mathematisch modellieren“ gefördert. Dabei ist es wichtig, mit den Schülern die Vorgehensweise zu reflektieren. *Eine genaue zeitliche Planung ist nicht möglich, da die Modellierung auch von der Kreativität der Schüler abhängt. Daher wird ein möglicher Ablauf in lückenloser Folge dargestellt. Es ist davon auszugehen, dass bei dieser evtl. Erstbegegnung eine stärkere Lehrerführung notwendig ist. Die gelernten Strategien müssen in ähnlichen Beispielen gefestigt werden.*	
Besondere Materialien/Technologie: LM 2.1.1, LM 2.6 als Folie, SM 2.1.1, optional Tabellenkalkulationsprogramm Excel oder Cell-Sheet	

Ablauf der Stunden 1 - 3:

Inhalt	**Medien**	**Kommentar**
Einstieg *Ein Freund von dir möchte sich ein Handy zulegen. Er bittet dich, ihm bei der Entscheidung zu helfen, ob er ein Handy mit Vertrag oder mit Prepaid-Karte nehmen soll.* Es wird erneut das Problem des passenden Handy-Tarifs aufgegriffen und die damalige, unzureichende Modellierung thematisiert.	LM 2.1.1	LSG
Erarbeitung 1: Das LSG sollte erbringen, dass jeder ein individuelles Telefonierverhalten hat. Auf jeden Fall wird eine Mischung von Telefonaten während Hauptzeit, Nebenzeit und Wochenende anzunehmen sein. Das Versenden von SMS kann vernachlässigt werden, da es in beiden Tarifen gleich teuer ist. Dies führt zu einem neuen Realmodell mit “Nutzerprofilen”: $\text{EASY} - \text{FUN}(\text{FeH},\text{FeN},\text{Wo}) = 0{,}50\times\text{FeH} + 0{,}25\times\text{FeN} + 0{,}20\times\text{Wo} + 10{,}00$ $\text{EASY} - \text{PREPAID}(\text{FeH},\text{FeN},\text{Wo}) = 0{,}85\times\text{FeH} + 0{,}35\times\text{FeN} + 0{,}08\times\text{Wo}$ (**FeH** *Festnetz Hauptzeit*; **FeN** *Festnetz Nebenzeit*; **Wo** *Wochende)* Für die (Wort-) Variablen können Werte angenommen und eine Berechnung mit dem TC durchgeführt werden. Dieses Probieren wird jedoch unbefriedigend sein. Wegen der Abhängigkeit von hier drei Variablen versagen die bisherigen Darstellungsmöglichkeiten Graph und Tabelle. Eine systematische Herangehensweise ist die Annahme einer ganz bestimmten Telefoniergewohnheit und die Darstellung der dabei entstehenden Kosten.	Tafel	LSG Hier wird erneut der funktionale Aspekt aufgegriffen. Mit dem TC können die Wortvariablen verwendet werden (Modul- oder Bausteinkonzept).

<table>
<tr>
<td>
Eine neue Darstellungsmöglichkeit wäre diese Tabelle:
E4 = =SUMME(10;B4*0,5;C4*0,25;D4*0,2)
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>E</th><th>F</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td colspan="3">Gesprächszeit [min]</td><td colspan="2">Kosten [€]</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>FEH</td><td>FeN</td><td>Wo</td><td>EASY - FUN</td><td>EASY - PREPAID</td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>30</td><td>16,00</td><td>2,40</td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>60</td><td>22,00</td><td>4,80</td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td>0</td><td>30</td><td>0</td><td>17,50</td><td>10,50</td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td>0</td><td>30</td><td>30</td><td>23,50</td><td>12,90</td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td>0</td><td>30</td><td>60</td><td>29,50</td><td>15,30</td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td>0</td><td>60</td><td>0</td><td>25,00</td><td>21,00</td></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td>0</td><td>60</td><td>30</td><td>31,00</td><td>23,40</td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>0</td><td>60</td><td>60</td><td>37,00</td><td>25,80</td></tr>
<tr><td>12</td><td></td><td>30</td><td>0</td><td>0</td><td>25,00</td><td>25,50</td></tr>
<tr><td>13</td><td></td><td>30</td><td>0</td><td>30</td><td>31,00</td><td>27,90</td></tr>
<tr><td>14</td><td></td><td>30</td><td>0</td><td>60</td><td>37,00</td><td>30,30</td></tr>
<tr><td>15</td><td></td><td>30</td><td>30</td><td>0</td><td>32,50</td><td>36,00</td></tr>
<tr><td>16</td><td></td><td>30</td><td>30</td><td>30</td><td>38,50</td><td>38,40</td></tr>
<tr><td>17</td><td></td><td>30</td><td>30</td><td>60</td><td>44,50</td><td>40,80</td></tr>
<tr><td>18</td><td></td><td>30</td><td>60</td><td>0</td><td>40,00</td><td>46,50</td></tr>
<tr><td>19</td><td></td><td>30</td><td>60</td><td>30</td><td>46,00</td><td>48,90</td></tr>
<tr><td>20</td><td></td><td>30</td><td>60</td><td>60</td><td>52,00</td><td>51,30</td></tr>
</table>
Nun lässt sich durch Vergleichen und entsprechender Argumentation eine Empfehlung aussprechen.
Rückschau
Mit den Schülern wird die Vorgehensweise reflektiert und dabei der Modellierungskreislauf vorgestellt. Dabei muss deutlich werden, dass die 1. Modellierung (vgl. 2.1.1) sich als nicht sinnvoll herausgestellt hat und deswegen ein 2. Versuch (2. Durchlauf) unternommen wurde.
</td>
<td>Excel-Tabelle oder Data/ Matrix-Editor (TC-Hilfe)

LM 2.6 Wissens-speicher</td>
<td>LSG
EA / PA

Besonders übersichtlich ist eine Excel-Tabelle, aber auch im Data/ Matrix-Editor lässt sich diese Tabelle über Programmierung der Spaltenköpfe verwirklichen (s. TC-Hilfe Einführung über Zuordnungen)

LV</td>
</tr>
<tr>
<td>Hausaufgabe:
Fasse die Vorgehensweise zusammen.
Schreibe deinem Freund eine Empfehlung für seinen Handy-Kauf.</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Erarbeitung 2:
Auch dieser 2. Modellierungsversuch kann noch optimiert werden, indem neue Fragestellungen aufgegriffen werden:

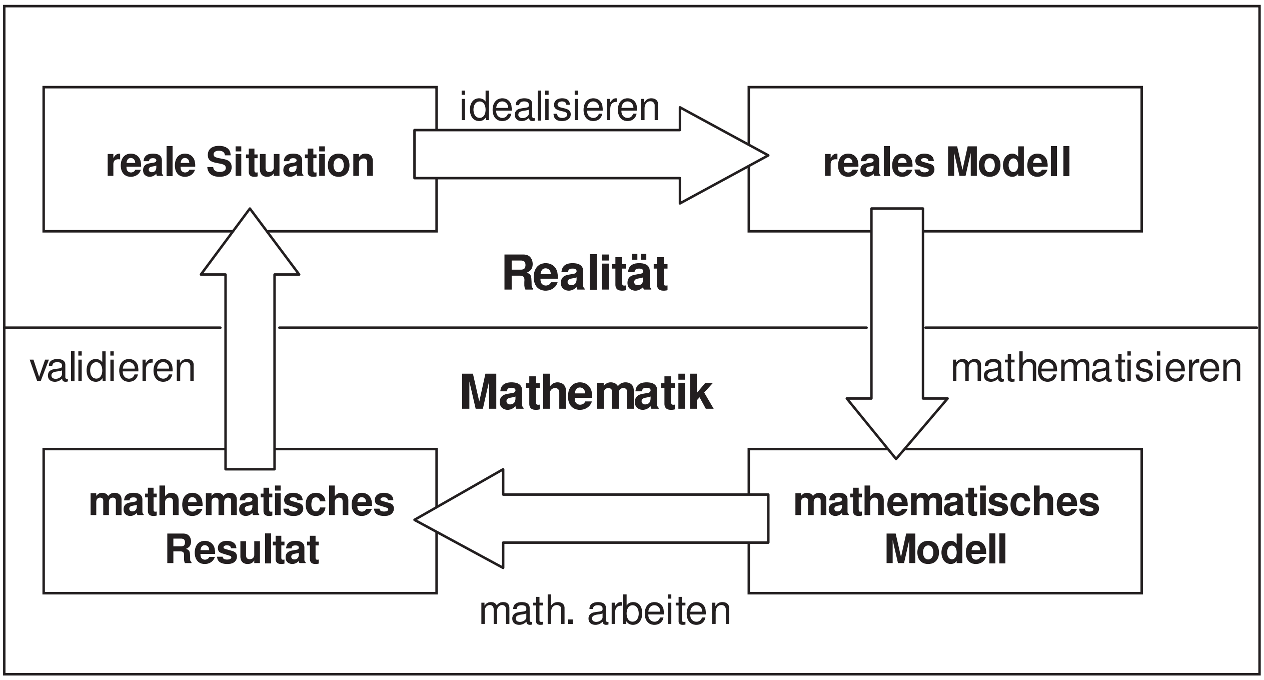
Telefonieren in Mobilfunknetze: Hauptzeit / Nebenzeit
Telefonieren in Mobilfunknetze: eigenes / fremdes
Sondernummern (z. B. Klingeltöne)
Freiminuten im Vertrag

Dabei wird aber auch deutlich werden, dass in einem realen Modell nicht alle Bedingungen erfasst werden können, da dann das Aufstellen eines mathematischen Modells (noch) nicht möglich ist.</td>
<td></td>
<td>LSG
GA
Das Aufgreifen weiterer Nutzereigenschaften führt zu Erhöhung der Variablenzahl. Dies ist bei der Berechnung kein Problem, eher bei der Übersichtlichkeit.</td>
</tr>
</table>

Übung und Vertiefung		
Mit ähnlichen Problemstellungen lässt sich die erlernte Vorgehensweise festigen. Die Aufgabe 6 könnte in der Überprüfung Alternativen zum linearen Wachstum thematisieren und so in der Argumentation zu beschränktem oder logistischem Wachstum (sinngemäß) führen.	SM 2.6 Aufg. 1, 2, 6	GA
Dabei sind auch Aufgaben wichtig, die nur Ausschnitte des Modellierungskreislaufs betreffen.	SM 2.6 Aufg. 3-5	PA
Bei der Aufgabenpräsentation/-besprechung sollte immer wieder die Vorgehensweise reflektiert werden und damit der Modellierungsvorgang transparent werden.		

LM 2.6

Modellierungskreislauf



Thema 3: **Vermischte Übungen**	**Dauer:** 2 Stunden
Je nach zur Verfügung stehender Zeit oder zur Differenzierung können die Aufgaben aus SM 3.1 und SM 3.2 bearbeitet werden.	
Besondere Materialien/Technologie: SM 3.1 und SM 3.2	

Zusatzmaterialien für offene Aufgabenstellungen zu Tarifen:

Hamburger Taxitarif gültig ab 1.06.2006

EINSCHALTGEBÜHR 2,20 €

bis 11 km pro km **1,67 €**

über 11 km pro km **1,28 €**

Wartezeit wird nach 1 Minute berechnet: pro Stunde**23,00 €**; pro Minute **0,38 €**

Uhrschaltung ist in 10 Eurocent-Schritten

Zuschlag Großraumtaxi **3,00 €**

Durchschnittswert einer Personenfahrt: 10 km kosten unverbindlich **19,00 €**

Taxitarif der Landeshauptstadt München - Stand 01.09.2003

Beschreibung	**Preis inkl. MWSt.**
Einschaltgebühr:	2,70 EUR
Kilometerpreis:	
bis 5 km	1,45 EUR
6. bis 10. km	1,30 EUR
ab dem 10. km	1,20 EUR
Wartezeit:	21,00 EUR
Zuschläge:	
pro Gepäckstück über 55 x 40 x 20 cm	0,50 EUR
Tiere (Blindenhund frei)	0,50 EUR
Bestellgebühr	1,00 EUR
Taxibus ab einschl. 5. - 8. Gast	5,00 EUR
Festpreis - zwischen Flughafen und Messe Riem:	48,00 EUR
(auf direktem Weg - Festpreis gilt nicht bei einer Fahrt via Autobahn)	zzgl. etwaiger Zuschläge

Taxitarif in Frankfurt/Main

Tag (6.00 - 22.00 Uhr)		Nacht (22.00 - 6.00 Uhr)	
Grundgebühr	€ 2,00	Grundgebühr	€ 2,50
die ersten 3 km je	€ 1,53	die ersten 3 km je	€ 1,53
jeder weitere km	€ 1,38	jeder weitere km	€ 1,53
Bei mehr als 4 Personen zzgl. € 5,00			

Dieser Tarif gilt im gesamten Gebiet des RMV (Rhein-Main-Verkehrsverbund).
Preisbeispiele (vom Flughafen Frankfurt):

Wiesbaden	€ 43,-	Mainz	€ 47,-
Darmstadt	€ 40,-	Hanau	€ 48,-
Frankfurt City	€ 24,-	Offenbach	€ 34,-

(alle Preise inklusive 7% MWSt.)

4. Lösungshinweise zu ausgewählten Übungsaufgaben aus SM 2.4.2, 2.5.1 und 2.6

SM 2.4.2 Nr. 2

a) Die Eckpunkte sind: A(- 3 | 2), B(2 | - 1) und C(4 | 5)
b) $y_2(x)$ und $y_3(x)$ sind parallel zueinander

SM 2.5.1 Nr. 1

Eine Karte für einen Erwachsenen kostet 5,25 € und eine Karte für Kinder kostet 3,75 €.

SM 2.5.1 Nr. 2

a) x = 2 und y = 1
b) x = -2 und y = 5
c) x = 0,5 und y = 0

SM 2.5.1 Nr. 3

Es sind 24 Hasen und 12 Hennen.

SM 2.5.1 Nr. 4

Es sind 24 Zwerge und 36 Räuber.

SM 2.5.1 Nr. 5

Es sind die Zahlen 69 und 96.

SM 2.5.1 Nr. 6

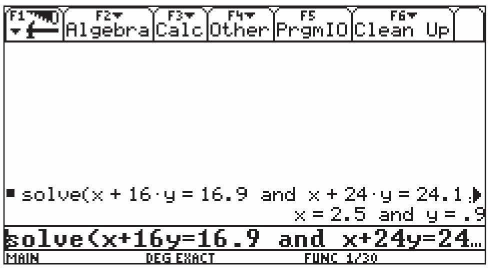
Der eine hat 11,6 Rubel, der andere 23,2 Rubel!

SM 2.5.1 Nr. 7

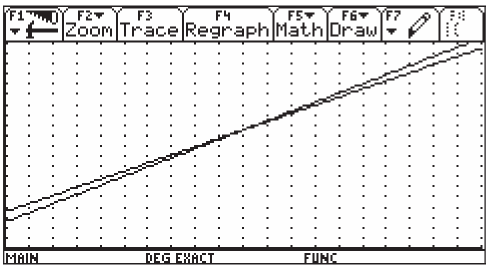
Wenn man die Lösungen (-51; -51) und $\left(\frac{5100}{109};\frac{4998}{109}\right)$ als Schnittpunkte interpretiert, liegt der erste im dritten Quadranten und der zweite im ersten Quadranten. Die beiden Geraden, die die Gleichungen eines der linearen Gleichungssysteme beschreiben, haben nahezu die gleiche Steigung und daher führt eine geringfügige Änderung der Steigung einer Geraden dazu, dass sich der Schnittpunkt beider Geraden erheblich verschiebt.

SM 2.5.3 Nr. 2

a)



b) y = 2,5 + 0,9 x und y = 3,5 + 0,8 x im Bereich 0 < x, y < 20



SM 2.5.3 Nr. 3

Diese Aufgabe, die auf A. Kirsch zurückgeht, lebt in dieser Form von der Diskussion über verschiedene Ansätze. Siehe auch:

http://www.mathematik.uni-kassel.de/~didaktik/HomePersonal/biermann/Vereinsbeitrag.doc !

Sinnvolle Lösungen sind u. a.:

Erhöhung auf alle „absolut“ gleichverteilt: 14000 € : 3500 = 4 € : Erw. 11 €; Jugendl. 9 €

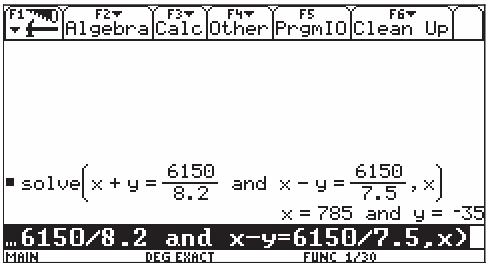
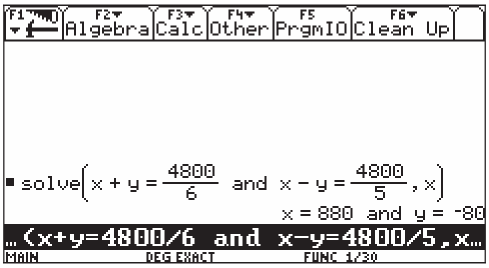
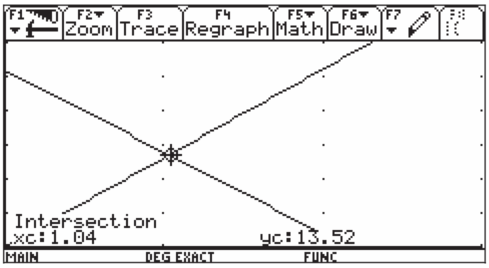
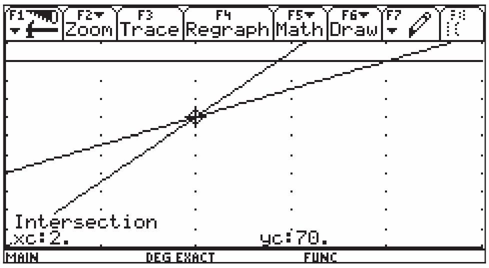
Erhöhung auf alle „prozentual“ gleichverteilt: $\frac{14000\,€}{20500\,€}\cdot 100 \approx 68{,}3\%$: Erw. 11,78 €; Jugendl. 8,41 €

(Ergibt allerdings „nur“ 34490 €)

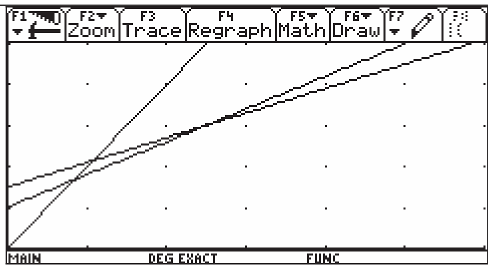
Erhöhung auf beide Gruppen gleichverteilt: 7000 € : 2000 = 3,50 € ; 7000 € : 1500 ≈ 4,67 € , Erw. 11,67 €; Jugendl. 8,50 € (Ergibt „allerdings“ 34505 €).

Erhöhung nur für Erwachsene: Erw. 16,33 €, Jugendl. 5 € (Allerdings „nur“ 34495 €).

SM 2.5.5 Nr. 2

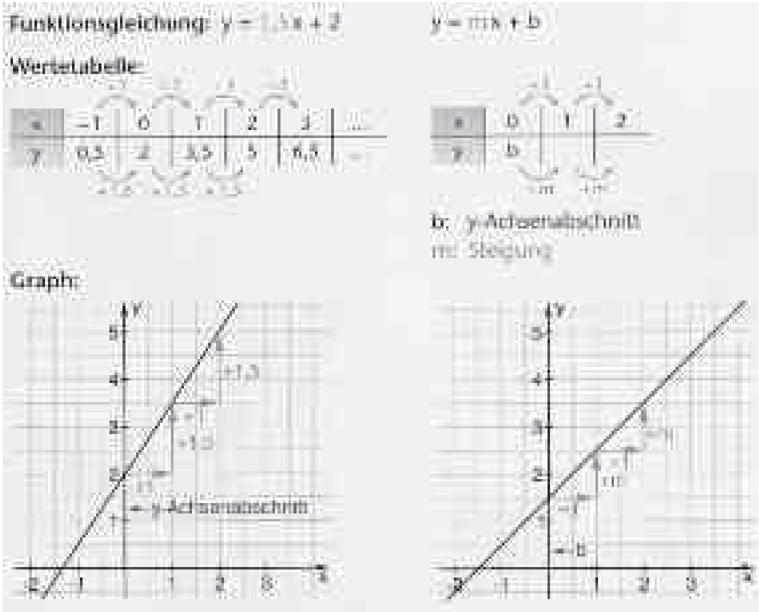
<table>
<tr>
<td>1.
</td>
<td>2.
</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Modellierung ergibt z.B. (x in Std, y in km):
$y_{Michael}$ = 13 x
y_{Anne} = 26 – 12 x
</td>
<td>4.a) Modellierung ergibt z.B. (x in Std, y in km):
y_{Moped} = 35 x
y_{Rad} = 40 + 15 x
(y = 100 zur Veranschaulichung des Ziels)
</td>
</tr>
</table>

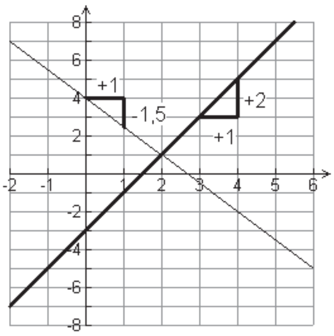
SM 2.6 Nr. 2

<table>
<tr>
<td>Angebote (x in Stunden, y in Euro):
$y_{CALI-HAPPY}$ = 0,6 x + 1500
$y_{T-PLUS-CLASSIC}$ = 0,8x + 1000
y_{V2-Fon} = 2 x
0 < x < 6000 (xscl = 1000)
0 < y < 5000 (yscl = 1000)
Schnitte bei (833 | 1667), (1071 | 2143) und (2500 | 3000)</td>
<td></td>
</tr>
</table>

5. Wissensspeicher

Lineare Funktion





Beispiele

(A)
Zeichne die Gerade zu der Funktion mit der Gleichung $y = 1{,}5 \cdot x + 2$:

(1) Vom Ursprung 2 hoch.

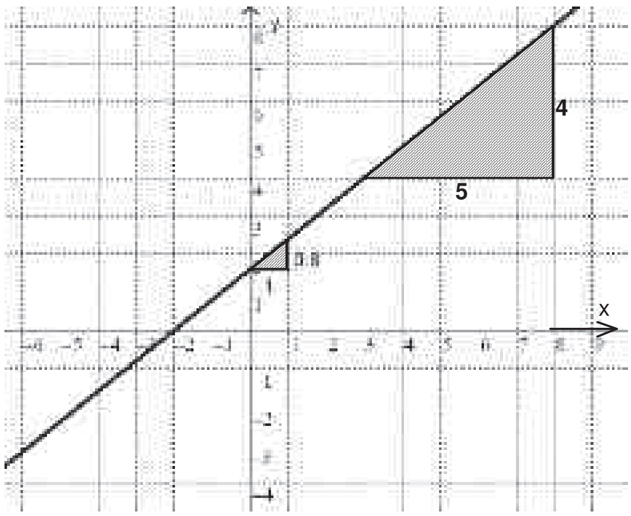
(2) Von dort 2 rechts und 3 hoch.

(3) Zeichne die Gerade.

(B)
Die **dicke** Gerade $\boxed{y = 2x - 3}$ hat die positive Steigung 2 (1 nach rechts, 2 nach oben) und verläuft von links unten nach rechts oben.

Die dünne Gerade $\boxed{y = -1{,}5x + 4}$ hat die negative Steigung - 1,5 (1 nach rechts, 1,5 nach unten) und verläuft von links oben nach rechts unten.

Zeichnen eines geeigneten Steigungsdreiecks

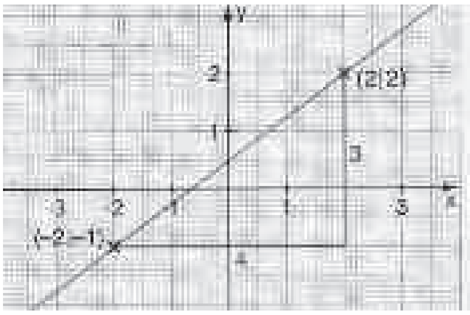


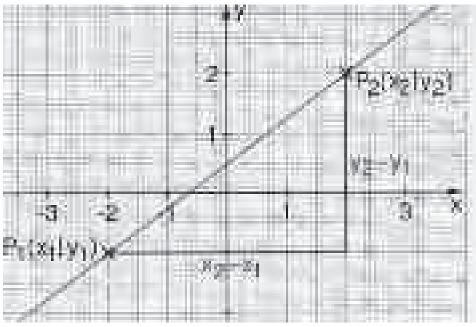
$$m = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

Beachte: Ein Steigungsdreieck ist immer an gut ablesbaren Gitterpunkten der Geraden anzutragen.

Gerade durch zwei Punkte

Zu zwei bekannten Punkten $P_1(-2 \mid -1)$ und $P_2(2 \mid 2)$ einer Geraden g lässt sich die Funktionsgleichung der Geraden g berechnen.





$$m = \frac{2-(-1)}{2-(-2)} = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x + b$$

$$2 = \frac{3}{4} \cdot 2 + b$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Die Steigung wird mithilfe der Koordinaten der beiden Punkte berechnet:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Die Koordinaten eines der beiden Punkte werden in die Gleichung $y = \frac{3}{4}x + b$ eingesetzt und anschließend durch Umformung b bestimmt.

Die Funktionsgleichung der Geraden g lautet nun: $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$.

Ausgleichsgerade

Um einen Zusammenhang zwischen Messwerten entdecken zu können, erstellt man ein Diagramm zu den Daten. Zumeist „streuen“ die Daten mehr oder weniger stark oder bilden sogar ein „**Punktwolke**“. Ein solches Diagramm heißt **Streudiagramm**. Wenn die gemessenen Wertepaare im Streudiagramm in etwa auf einer Geraden liegen, so weist dies auf einen „linearen Zusammenhang“ der Größen hin. Man kann dann „nach Augenmaß“ eine **Ausgleichsgerade** zeichnen und eine Gleichung aufstellen. Damit können dann nicht gemessene Zwischenwerte oder bestimmte Voraussagen „berechnet“ werden.

Anpassen einer Ausgleichsgeraden an Daten:

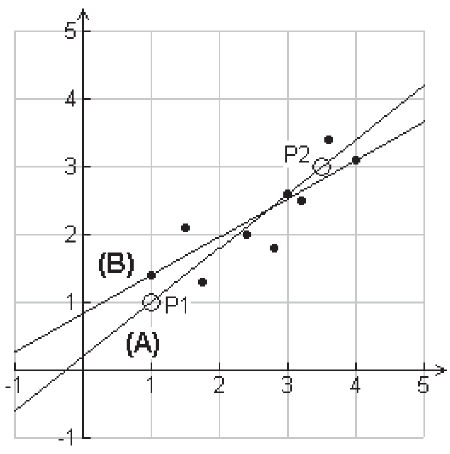
I.) Händische Auswertung

1. Streudiagramm zeichnen:
   Die gemessenen Wertepaare aus der Tabelle grafisch darstellen.
2. Gerade anpassen:
   Zeichne eine Gerade, die „möglichst gut“ zu der Punktwolke passt.
3. Funktionsgleichung bestimmen:
   (vergl. Gerade durch zwei Punkte)

II.) Auswertung mit dem TC

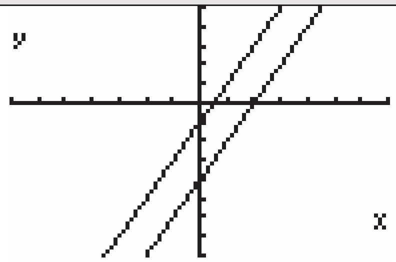
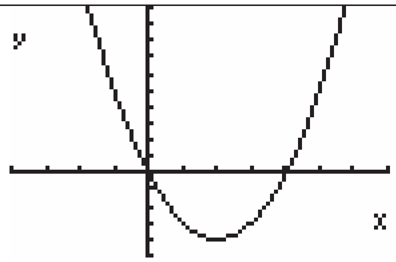
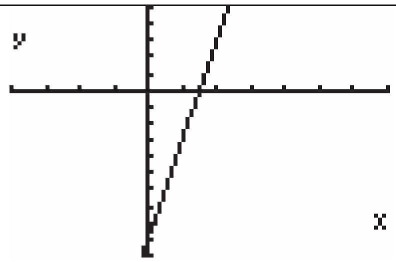
1. Gib die Daten im Data-Matrix-Editor ein und erstelle einen Plot.
2. Gehe zurück zum Data-Matrix-Editor und erstelle über Calculate (F5) eine Ausgleichsgerade mithilfe des Moduls „LinReg“.
3. Im Graphik-Fenster kannst du die Ausgleichsgerade und den Daten-Plot gleichzeitig anzeigen lassen.

x	1,0	1,5	1,8	2,4	2,8	3,0	3,2	3,6	4,0
y	1,4	2,1	1,3	2,0	1,8	2,6	2,5	3,4	3,1



Nicht eindeutig bestimmbare Lösungen

Nicht jede Gleichung führt zu einer eindeutigen Bestimmung des Wertes für x. Manche Gleichungen haben keine Lösung, manche mehr als eine und andere sogar unendlich viele.

	Beispiele	Grafik	Tabelle
Fall A: keine Lösung	$2(x-2)=2x-1$		Für keinen x-Wert gleichen y-Wert
Fall B: zwei Lösungen	$x\cdot(x-4)$ $x_1=0$ $x_2=4$		Für zwei x-Werte gleichen y-Wert
Fall C: unendlich viele Lösungen	$2(3x-4{,}5)=1{,}5(4x-6)$		Für jeden x-Wert gleichen y-Wert

Rechnerische Bestimmung der exakten Lösung

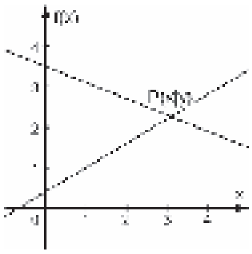
Wenn das Einsetzen desselben Wertes für x aus jeder der Gleichungen eine wahre Aussage macht, heißen diese Gleichungen **äquivalent.**
$4x + 5 = 17$ ist äquivalent zu $2x = 6$, denn $4 \cdot 3 + 5 = 17$ und $2 \cdot 3 = 6$ ist beides wahr.
Schreibe $4x + 5 = 17 \Leftrightarrow 2x = 6$
Umformungen der Gleichungen, die diese in äquivalente Gleichungen umwandeln, heißen **Äquivalenzumformungen.**

$4x + 5 = 17 \quad \vert -5$ $\Leftrightarrow 4x = 12$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird dieselbe Zahl (hier 5) subtrahiert (Entsprechend kann man auf beiden Seiten dieselbe Zahl addieren).
$4x = 12 \quad \vert :4$ $\Leftrightarrow x=3$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird durch dieselbe Zahl (hier 4) dividiert (Entsprechend kann man auf beiden Seiten mit derselben Zahl außer Null multiplizieren).
$3x + 5 = 2x - 1 \quad \vert -2x$ $\Leftrightarrow x + 5 = -1$	Auf beiden Seiten der Gleichung wird derselbe Term (hier 2 x) subtrahiert (Entsprechend kann man auf beiden Seiten denselben Term addieren).

Lineare Gleichungssysteme

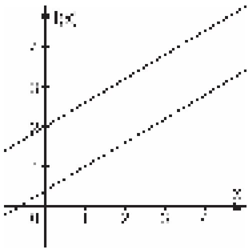
Zwei lineare Gleichungen, die gleichzeitig erfüllt sein müssen, nennt man ein System von linearen Gleichungen oder kurz **lineares Gleichungssystem (LGS)**.

Ein LGS mit zwei Gleichungen und zwei Variablen hat genau ein Zahlenpaar (x | y) als Lösung, wenn sich die zugehörigen Geraden in einem Punkt schneiden.



Die Lösung erhält man durch den Schnitt zweier Funktionsgraphen (Intersect) oder durch das Gleichsetzen der Funktionsterme, Lösen der Gleichung (solve) und Bestimmen von y durch Berechnung des Funktionswertes.

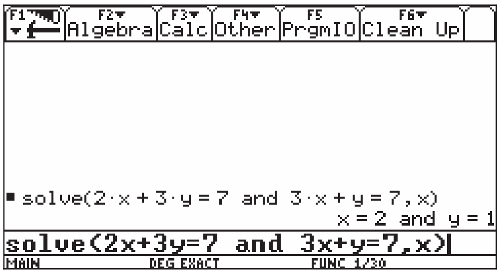
Keine Lösung, wenn die zugehörigen verschiedenen Geraden zueinander parallel verlaufen.



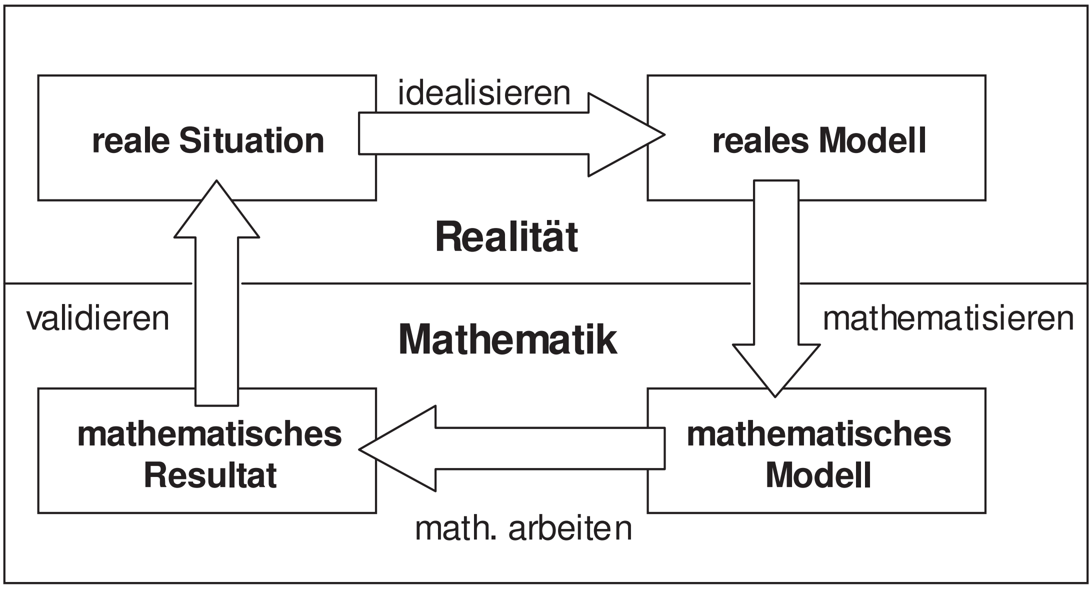
Lösungsstrategie für LGS:

Gleichungen nach einer Variablen auflösen (solve) und nach einem bekannten Verfahren lösen.

MERKE:
Die obige Strategie lässt sich durch eine einzelne Anweisung des Rechner ersetzen (solve (… and …,x)):



Modellierungskreislauf



6. Selbsteinschätzung

Schätze deine Kenntnisse ein und mache ein Kreuz in der entsprechenden Spalte.

Ich kann	**ich bin sicher**	**ich muss noch üben**	**ich brauche Hilfe**
• zu einem linearen Zusammenhang die lineare Funktion mit ihrer Gleichung aufstellen.			
• zu einer linearen Funktion eine Textaufgabe erstellen.			
• zu einer linearen Funktion die zugehörige Gerade zeichnen.			
• zu einer linearen Funktion eine Wertetabelle ausfüllen.			
• an einer Geraden ein Steigungsdreieck einzeichnen, um deren Steigung möglichst genau zu bestimmen.			
• die Gleichung einer linearen Funktion bestimmen, wenn ich von der zugehörigen Geraden nur die Steigung und einen beliebigen Punkt kenne.			
• die Gleichung einer linearen Funktion bestimmen, wenn ich nur zwei beliebige, verschiedene Punkte der Geraden kenne.			
• die Gleichungen von linearen Funktionen angeben, deren Geraden waagerecht zur Rechtsachse verlaufen.			
• lineare Funktionen von solchen Zuordnungen unterscheiden, die keine linearen Funktionen sind.			
• eine Ausgleichsgerade durch eine Punktwolke zeichnen und die Gleichung der Ausgleichsgeraden angeben.			
• zu einer Schar linearer Funktionen die zugehörige Schar an Geraden zeichnen.			
• lineare Gleichungen mithilfe von Wertetabellen oder Zeichnungen näherungsweise lösen.			
• lineare Gleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen ohne TC lösen.			
• lineare Gleichungen mithilfe des solve-Befehls lösen.			
• den Schnittpunkt zweier Geraden näherungsweise über eine Wertetabelle, eine Zeichnung oder durch den intersection-Befehl bestimmen, falls es einen Schnittpunkt gibt.			
• den Schnittpunkt zweier Geraden durch Äquivalenzumformungen mit und ohne TC bestimmen, falls es einen Schnittpunkt gibt.			
• ein System aus zwei linearen Gleichungen mit und ohne TC durch das Gleichsetzungsverfahren lösen.			

7. Rechnerfreie Aufgaben

Lineare Gleichungen

Aufgabe 1

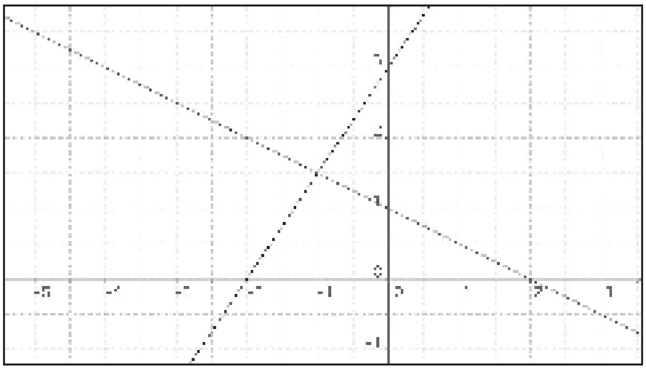
Tim hat zur Lösung der Gleichung $x + 1 = 2x - 3$ die folgende Tabelle erstellt:

x	x + 1	2 x – 3
2	3	1
3	4	3
4	5	5
5	6	7

a) Lies die Lösung der Gleichung ab.

b) Verändere diese Gleichung so, dass die Lösung $x = 3$ ist.

c) Zur Lösung einer anderen Gleichung hat er die rechts abgebildete Graphik erstellt. Wie lautet die Lösung jetzt?



Aufgabe 2

Es gilt: $3x + 2 = 1 + 2x$

Wer hat Recht? Prüfe durch Einsetzen und markiere:

	Tim:	Sina:	Elena:	Christoph:	Meike:
	$x = 2$	$x = 1$	$x = -1$	$x = -\frac{1}{5}$	$x = 3$
Richtig/Falsch:					

Aufgabe 3

Löse nach x auf: $4x - 7 = 5$

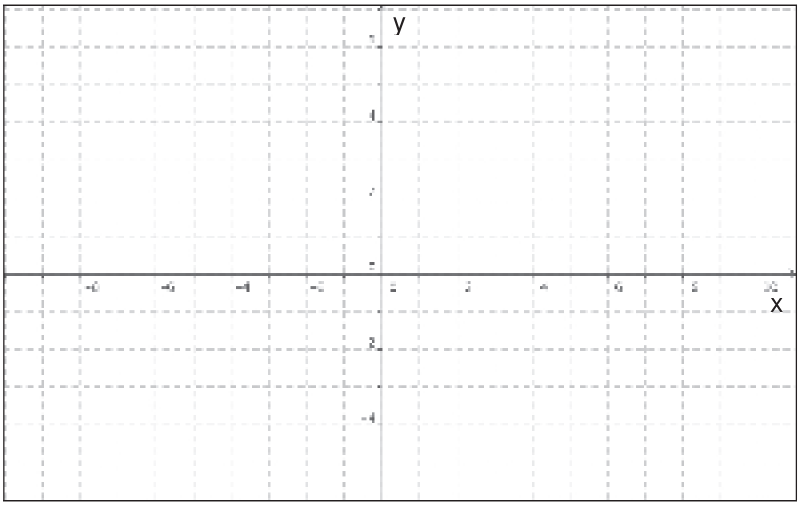
Lineare Funktionen

Aufgabe 1

Skizziere die folgenden Graphen:

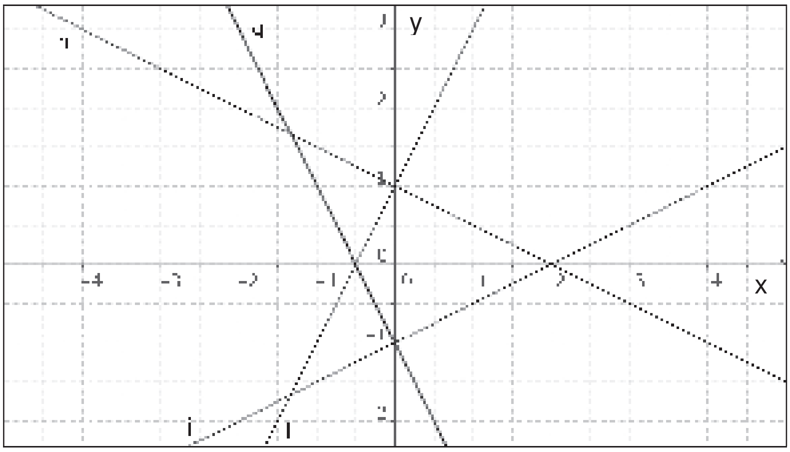
a) $y = 2x - 3$

b) $y = -\frac{1}{2}x + 2$



Aufgabe 2

Gib die zu den abgebildeten Graphen zugehörigen Funktionsgleichungen an.



f(x) =

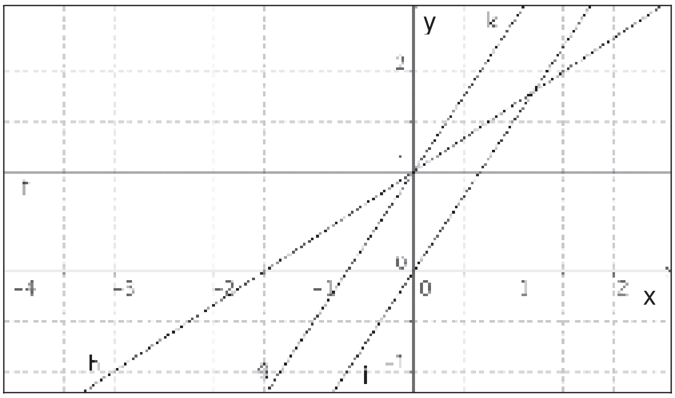
g(x) =

h(x) =

j(x) =

Aufgabe 3

Ordne den Graphen die Funktionsgleichungen zu. Nicht für jeden Graph ist eine Funktion angegeben, und nicht für jede Funktion ist ein Graph angegeben!



$y = \frac{3}{2}x + 1$ gehört zu:

$y = \frac{2}{3}x$ gehört zu:

$y = \frac{2}{3}x + 1$ gehört zu:

$y = 1$ gehört zu:

$y = \frac{3}{2}x$ gehört zu:

Aufgabe 4

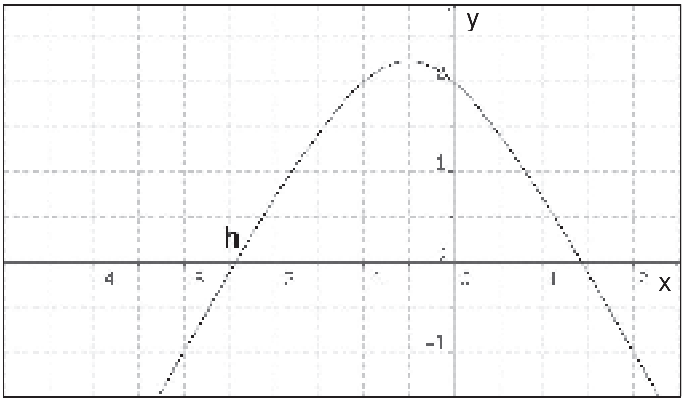
Es seien drei Funktionen f, g und h auf unterschiedliche Weise dargestellt:

(i) $f(x) = 3x - 4$

(ii)

x	- 2	- 1	0	1	2	3
g(x)	- 11	- 8	- 5	- 2	1	4

(iii)



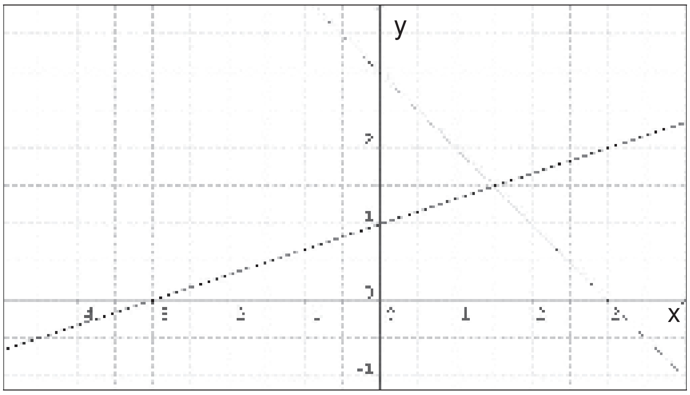
a) Es sei jeweils x = 2. Welche Werte nehmen f(x), g(x) und h(x) jeweils an?

b) Für f, g und h sei jetzt jeweils der Funktionswert 2. Welchen Wert hat jeweils x?

Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Helena hat zur Lösung eines Gleichungssystems die rechts abgebildete Graphik erstellt.
Erläutere **kurz** die Bedeutung der beiden Koordinaten des Schnittpunktes für das Gleichungssystem.



Aufgabe 2

Gegeben sind vier Gleichungen:

1) $y = 4 + 4x$ 2) $y = -2x + 6$ 3) $y = 2(2x + 2)$ 4) $y = 4x - 1$

a) Zwei Gleichungen bilden ein Gleichungssystem mit unendlich vielen Lösungen. Welche zwei sind das?

b) Welche zwei Gleichungen bilden ein Gleichungssystem mit genau einer Lösung bzw. ohne Lösung? Nenne jeweils eine passende Gleichung.

Aufgabe 3

Es gelte: $y = 3x - 7$
und $y = -2x + 13$

Wer hat die richtige Lösung gefunden? Prüfe durch Einsetzen im Kopf und markiere.

	Tim	Sina	Elena	Chris	Meike
	$x = 2$	$x = 5$	$x = \frac{1}{3}$	$x = 4$	$x = 3$
	$y = 3$	$y = 4$	$y = \frac{1}{2}$	$y = 5$	$y = 2$
Richtig/ Falsch:					

Aufgabe 4

Es gelte: $2y = x + 12$
und $y + 2x = 16$

a) Löse zunächst beide Gleichungen nach y auf.

b) Löse jetzt das Gleichungssystem durch Gleichsetzen.

8. Klassenarbeitsaufgaben

1. Mathematikarbeit

Aufgabe 1

Löse die Gleichung. Notiere Zwischenschritte

a) $4x - 3 = 7$

b) $-\frac{1}{2}x + 1 = \frac{3}{2}x - 3$

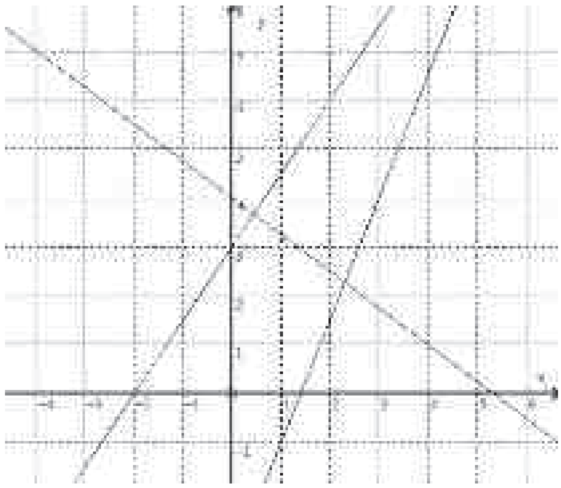
Aufgabe 2

Löse $4 + 2x = x^3$ graphisch oder tabellarisch.

Dokumentiere deinen Lösungsweg.

Aufgabe 3

Gib zu den nebenstehenden Geraden die zugehörigen Gleichungen an.



Aufgabe 4

Nach einem Fußballspiel verlassen die 20000 Besucher das Stadion durch 4 Ausgänge. Gehe davon aus, dass dies gleichmäßig erfolgt. Durch jeden der Ausgänge gehen pro Minute 300 Zuschauer.
Betrachte die Funktion Zeit *nach dem Spiel (in min)* → *Anzahl der Zuschauer, die noch im Stadion sind.*

a) Vervollständige die Wertetabelle:

Zeit nach dem Spiel (in min)	0	1	2	5
Anzahl der Zuschauer, die noch im Stadion sind				

b) Erstelle eine Gleichung für diese Funktion.

c) Bestimme, wann das Stadion leer ist.

Aufgabe 5

Ein Abwassertank wird leer gepumpt. Durch die Gleichung $y = -6{,}5\,x + 75$ kann die noch im Tank vorhandene Abwassermenge berechnet werden, wobei x für die vergangene Zeit in Minuten und y für die Abwassermenge in Kubikmeter steht.

a) Erläutere die Bedeutung der Zahlenwerte 6,5 und 75.

b) Bestimme die zur vollständigen Entleerung nötige Zeit.

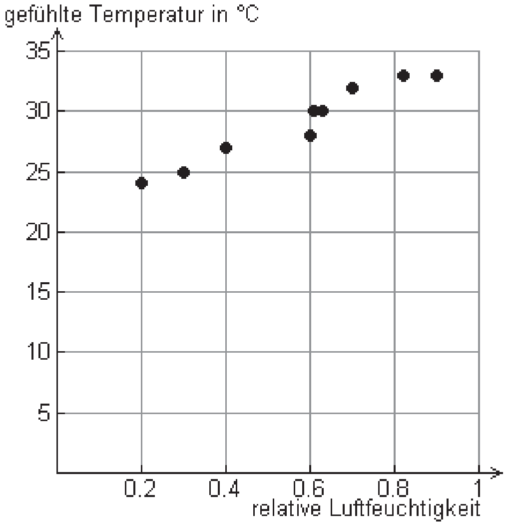
c) Bestimme die Zeit, die benötigt wird, um 40 Kubikmeter abzupumpen.

2. Mathematikarbeit

Aufgabe 1

Relative Luftfeuchtigkeit	0.2	0.3	0.4	0.6	0.605	0.61	0.7	0.81	0.9
gefühlte Temperatur in ℃	24.5	25	27	28	30	30	32	33	33

An schwülen Tagen kommt es den meisten Menschen wärmer vor, als es tatsächlich ist. Bei einer Umfrage war die tatsächliche Außentemperatur 27 ℃ und die relative Luftfeuchtigkeit variierte von 0,2 bis 0,95.



a) Formuliere eine Prognose: Welche Temperatur würde bei einer Außentemperatur von 27 ℃ und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 0,5 empfunden?

b) Bestimme die Gleichung einer Ausgleichsgeraden.

c) Was bedeutet der Schnittpunkt mit der y-Achse?

Aufgabe 2

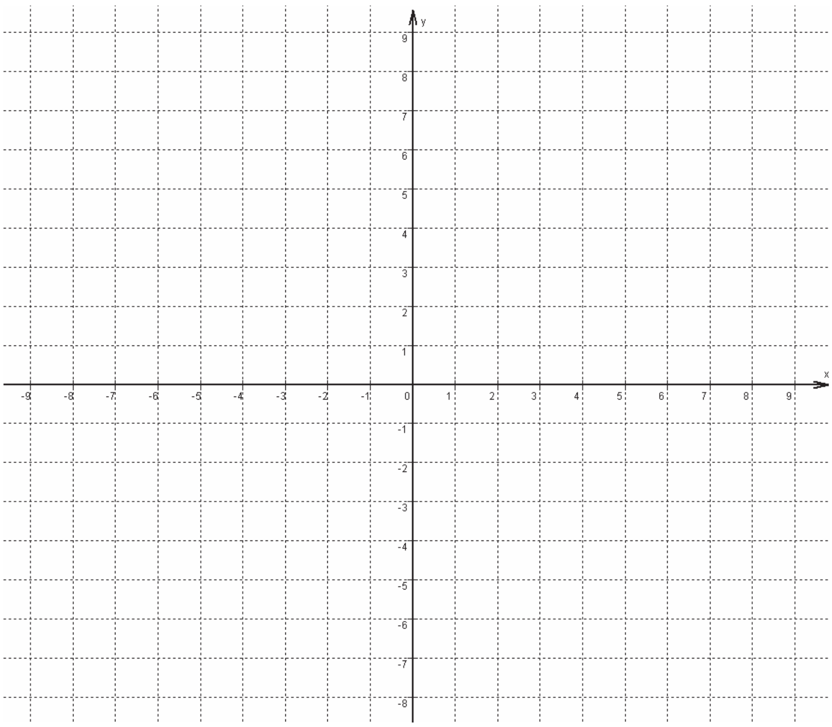
Die Geradenschar $f(x, m) = m \cdot x + 4 + m$ soll untersucht werden.

a) Zeichne drei Geraden der Schar in nebenstehendes Koordinatensystem.

b) Beschreibe die Schar und begründe deine Vermutung.

c) Was bedeutet $f(3, m)$? Verdeutliche dies in der Skizze.

d) Welche Gerade der Schar verläuft durch den Punkt $P(2 \mid 16)$?



Aufgabe 3

Timo hat das Makro nnn(a, b) in seinen V200 eingegeben:

a) Was berechnet das Makro?

b) Erläutere die Ausdrücke nnn(6, 9) und nnn(0, 2) sowie deren Ergebnisse.

Aufgabe 4

a) Löse das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} & x - y = 4 \\ \text{und } & 2x + 4y = 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & x - \square\, y = 4 \\ \text{und } & 2x + 4y = 0 \end{aligned}$$

Ergänze in der ersten Gleichung eine Zahl vor dem y so, dass das Gleichungssystem keine Lösung hat.

c) Lässt sich in der ersten Gleichung eine Zahl vor dem y so ergänzen, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat? Begründe deine Aussage.

Aufgabe 5

Der Umfang eines Rechtecks beträgt 28,8 cm. Der Flächeninhalt wird um 17,35 cm^2 kleiner, wenn die eine Seite um 4,5 cm verlängert und die andere um 3,5 cm verkürzt wird.
Gib ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Seitenlängen an.

Weitere Klassenarbeitsaufgaben

Aufgabe

Erstelle eine Wertetabelle für $x = -3, -2, \dots, 3$, zeichne den Graphen und begründe, ob eine Funktion vorliegt:

a) $|y + x| = 1$ b) $y + |x| = 1$

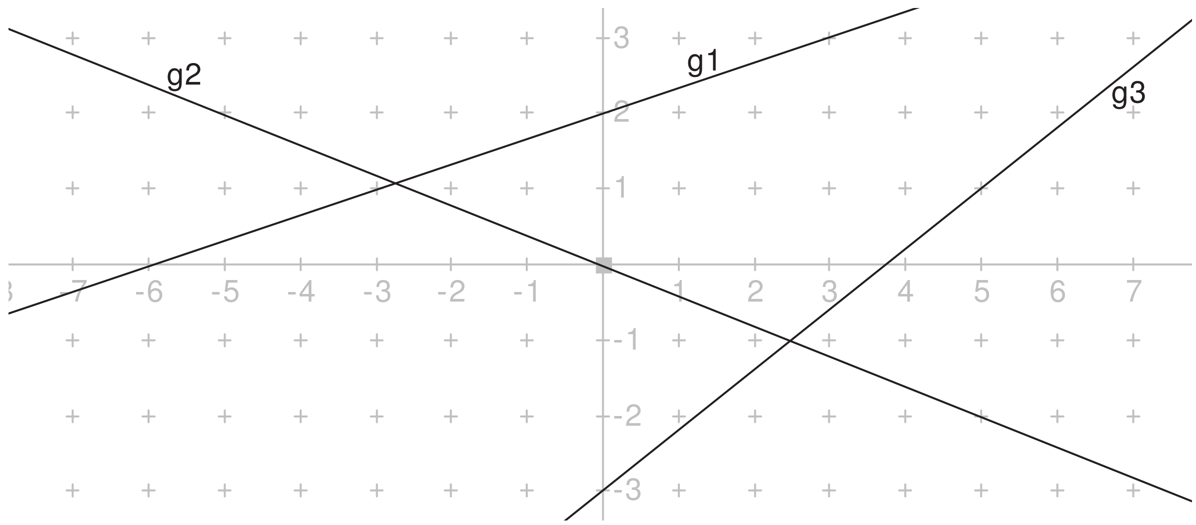
Aufgabe

Zeichne die Graphen folgender Funktionen verschiedenfarbig in ein gemeinsames Koordinatensystem:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ c) $y = -x$ d) $y = -0{,}6x - 0{,}5$ e) $y = \frac{x}{2} + 2$

Aufgabe

Lies die Gleichungen der unten gezeichneten Geraden ab.



Aufgabe

a) Zeichne eine Gerade mit der Steigung 0 und gib deren Gleichung an.

b) Zeichne eine Gerade, für die keine Steigung definiert ist und gib ihre Gleichung an.

Aufgabe

Die Gerade g soll die Gleichung $y = \frac{2}{47}x - \frac{5}{97}$ haben.

a) Gib die Gleichung für eine Gerade h an, die parallel zu dieser Geraden g ist.

b) Gib die Gleichung für eine Gerade k an, die g auf der y-Achse schneidet.

Aufgabe

a) Entscheide rechnerisch, ob der Punkt P(27 | 25) auf der Geraden mit der Gleichung $y = -\frac{1}{3}x + 36$ liegt.

b) Eine Gerade geht durch die Punkte P(3 | 4) und Q(10 | 2). Ermittle ihre Gleichung.

Aufgabe

Nach einem Fußballspiel verlassen die 60000 Besucher das Stadion durch 5 Eingänge. Gehe davon aus, dass dies gleichmäßig erfolgt. Durch jeden der Eingänge gehen pro Minute 300 Zuschauer. Betrachte die Funktion *Zeit nach dem Spiel (in min)* → *Anzahl der Zuschauer, die noch im Stadion sind.*

a) Vervollständige die Wertetabelle:

Zeit nach dem Spiel (in min)	0	1	5
Anzahl der Zuschauer, die noch im Stadion sind			

b) Erstelle eine Gleichung für diese Funktion.

c) Bestimme, wann das Stadion leer ist.

Aufgabe *

Die Geradenschar $f(x, m) = m \cdot x + 4 + m$ soll untersucht werden.

a) Zeichne einige Geraden der Schar.

b) Beschreibe die Schar und begründe deine Vermutungen.

c) Was bedeutet $f(3, m)$? Verdeutliche dies in der Skizze.

d) Welche Gerade der Schar verläuft durch den Punkt $P(2 \mid 16)$?

Aufgabe **

Der Zusammenhang zwischen Temperaturangaben in Celsius und Fahrenheit ist linear. Wasser gefriert bei 32 °F und kocht bei 212 °F.

a) Skizziere die zugehörigen Punkte in einem °C,°F-Diagramm und berechne die Funktionsgleichung, die den Zusammenhang beschreibt.

b) Gib die Tabelle in 2 °C-Schritten von 4 °C bis 14 °C an.

c) Beschreibe die Änderungsrate.

Bemerkungen		Kompetenzen
zu *:	a) – c) Übung in: Geradenscharen d) Neue Fragestellung, aber mit vorhandenen Mitteln lösbar, grafisch oder algebraisch.	- Systematisch experimentieren - Vermuten - Begründen
zu **:	a) Wiederholung: Diagramm, Berechnung: Wer auf händische Berechnung wert legt (hier einfach), fordere dies. b) Wiederholung, Routine. c) Anwendung eines Begriffs	- Darstellen - Berechnen - Begriffsverständnis

Aufgabe

Die Entfernung zwischen München und Hannover beträgt ca. 480 km. Mit einem Flugzeug wird die Strecke Hannover – München bei Gegenwind in 2,5 Stunden zurückgelegt, der Rückflug München – Hannover bei Rückenwind in 2 Stunden.

a) Berechne die Geschwindigkeit des Flugzeuges bezüglich des Bodens bei Rücken- und bei Gegenwind.

b) Die Geschwindigkeit bezüglich des Bodens setzt sich zusammen aus der Eigengeschwindigkeit des Flugzeuges und der Windgeschwindigkeit, es gilt:

$$\begin{array}{l}\textit{Geschwindigkeit bzgl. des}\\ \textit{Bodens bei Rückenwind}\end{array} = \begin{array}{l}\textit{Eigengeschwindigkeit}\\ \textit{des Flugzeuges}\end{array} + \textit{Windgeschwindigkeit}$$

$$\begin{array}{l}\textit{Geschwindigkeit bzgl. des}\\ \textit{Bodens bei Gegenwind}\end{array} = \begin{array}{l}\textit{Eigengeschwindigkeit}\\ \textit{des Flugzeuges}\end{array} - \textit{Windgeschwindigkeit}$$

Bestimme die Eigengeschwindigkeit des Flugzeuges unter der Annahme, dass die Eigen- und die Windgeschwindigkeit auf dem Hin- und dem Rückflug konstant und gleich sind.

Aufgabe

Bestimme die Werte für a, für die das LGS genau eine Lösung hat. Begründe!

$$\begin{array}{rl} & x - a\,y = 4\\ \wedge & 2x + 4y = 0\end{array}$$

Aufgabe

Zwei Teesorten kosten 10,50 € (Sorte 1) bzw. 13,50 € (Sorte 2) pro 250 g.
Bestimme, wie viel Gramm jeder Sorte man für eine 250 g-Packung zusammenmischen muss, die 12,50 € kosten soll.

Das sollst Du im Kopf können

Aufgabe 1

a) Welchen Wert bekommt der Term $3x - 5$ für:

$x = 7$, $x = -2{,}5$, $x = \frac{2}{3}$?

b) Berechne: $1{,}5 \cdot 0{,}2$, $2{,}4 \cdot 1{,}2$, $7{,}4 - 3\frac{2}{5}$.

c) Mit 40 Litern Benzin kommt ein Auto 700 Kilometer weit. Wie weit fährt es mit 18 Litern?

d) Schreibe als Dezimalbruch: $7\frac{3}{5}$.

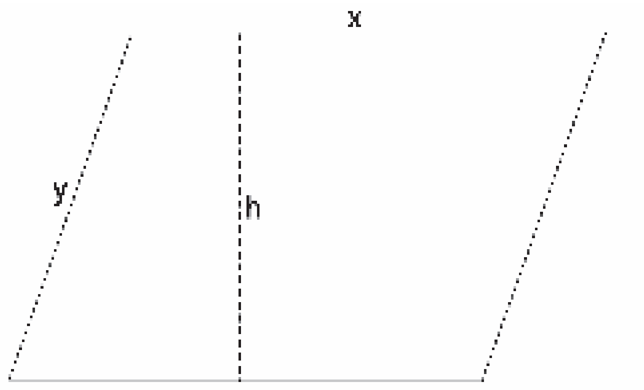
e) Für welchen Wert von x bekommt der Term $8x - 1$ den Wert

15 , 23 , - 9 , - 1 , 0 ?

f) Kürze möglichst weit: $\frac{45}{63}$, $\frac{24}{192}$, $\frac{34}{68}$.

g) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man mit einem Spielwürfel zweimal (dreimal) hintereinander eine Sechs?

h) Gib einen Term an, mit dem man den Flächeninhalt nebenstehender Figur berechnen kann.



Aufgabe 2

a) Löse

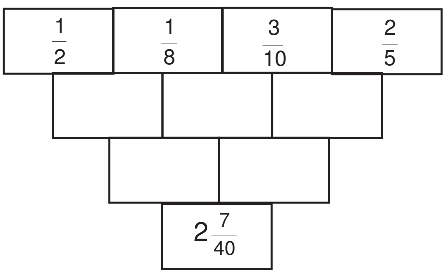
$0{,}25 + \frac{2}{3}$ $\qquad$ $3 \cdot 2\frac{5}{8}$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \cdot 0{,}7$ $\qquad$ $2\frac{1}{2} : 5$

b) 19 % MWSt. von 3,8 € + 4,25 €

c) Gib 4 von 5 in Prozent an.

d) Gib 5 von 4 in Prozent an.

e) Nebeneinander stehende Zahlen sind zu addieren, das Ergebnis wird im Kästchen darunter notiert.



f) Die Summe der Zahlen in jeder Spalte, Zeile und Diagonale soll genau 2 sein.

$1\frac{1}{12}$		
$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{4}$

Aufgabe 3

a) Berechne:

$\frac{5}{9} \cdot 9 \qquad \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} \qquad 5\frac{1}{3} : 6 \qquad 2\frac{2}{7} : 1\frac{1}{3}$.

b) Welchen Wert bekommt der Term $4\,(x + 2)$ für:

$x = 5$, $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$?

c) Welchen Flächeninhalt hat ein rechtwinkliges Dreieck, dessen beide kurze Seiten 5 cm und 6,4 cm lang sind?

d) Berechne:

$0{,}12 \cdot 0{,}4$, $0{,}2 : 0{,}8$, $4 : \frac{1}{3}$, $0{,}12 : 0{,}6$.

e) Welche Zahlen ergeben mit sich selbst multipliziert den Wert

64 , 49 , 10.000 , 0,04 , $\frac{1}{144}$?

f) Wie groß sind die Winkel im gleichseitigen Dreieck?

g) In einem Dreieck hat einer der Winkel eine Größe von 45° und ein anderer eine Größe von 35°. Ist das Dreieck rechtwinklig?

h) Welchen Wert bekommt der Term $\frac{x}{4} + 7$ für:

$x = 8$, $x = -2$, $x = 1{,}2$?

i) Julia zählt, dass beim Wurf von 80 Reißzwecken genau 50 auf den Rücken fallen und alle anderen auf die Seite. Wie viele werden wahrscheinlich auf den Rücken fallen, wenn man von diesen Reißzwecken 100 wirft?

j) Multipliziere alle ganzen Zahlen zwischen - 2 und 5 miteinander. Welches Ergebnis ist zu erwarten?

Aufgabe 4

a) Berechne: $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$.

b) Gib einen Term an, mit dem man den Oberflächeninhalt eines beliebigen Würfels berechnen kann.

c) Berechne: $-4{,}2 - (-2{,}4)$.

d) Die Seitenlängen eines Quadrates wurden verdreifacht. Wie verändert sich der Umfang?

e) Ein Schiff fährt auf der Elbe mit einer gleich bleibenden Geschwindigkeit von 20 km pro Stunde. Wie weit kommt das Schiff in 12 Minuten voran?

f) Berechne: 80 % von 80 kg.

g) Wandle 5,8 in einen gekürzten Bruch um.

h) Skizziere ein Dreieck, welches einen stumpfen Winkel besitzt.

i) Berechne: $12 - (3 - 2{,}5) \cdot 2$.

j) Für welchen Wert von x bekommt der Term $\frac{2}{3}x + 2$ den Wert

4 , 2 , 8 , 0 ?

k) Klammere $3\,x$ aus dem Term $9\,x - 15\,x\,y$ aus.

Aufgabe 5

a) Welchen Wert bekommt der Term (x + 1) (x+3) für:

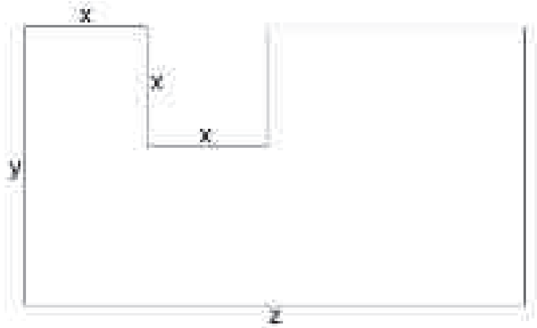
x = 2 , x = - 2 , x = - 3 ?

b) Kann ein Dreieck konstruiert werden, dessen Seiten die Längen 7 cm, 10 cm und 2 cm besitzen?

c) Fasse zusammen: 4 a – 15 a + 27 a .

d) Bei einem Würfel verdoppeln sich die Kantenlängen.
Wie verändert sich dadurch der Oberflächeninhalt?

e) Stelle einen Term für den Umfang folgender Figur auf:



f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim Wurf dreier Münzen zweimal „Zahl" zu erhalten?

g) Gib das Volumen von 10 Litern in cm³ an.

h) Berechne: 40 % von 35 €.

i) Berechne das Siebenfache des Terms 5 x + 8 .

j) Welche Zahl muss man mit 14 multiplizieren, um 98 zu erhalten?

k) Berechne: $\frac{5}{6}$ von 90 € , $\frac{3}{4}$ von 120 m , $\frac{2}{9}$ von 560 l.

Aufgabe 6

a) Aus wie vielen Minuten besteht eine fünftel Stunde?

b) Gib einen Term mit einer Variablen x an, der den Wert 10 annimmt, wenn x den Wert 0,25 bekommt.

c) Daniel bezahlt für seinen MP3-Player nur 28 €, weil der befreundete Händler ihm 20 Prozent Rabatt gewährt hat. Wie viel hätte Daniel bezahlen müssen, wenn er keinen Rabatt erhalten hätte?

d) Berechne: $2{,}8 - 3\frac{3}{4}$.

e) Ein Haar wird pro Woche 2,8 mm länger. Wie lang ist es nach zehn Tagen?

f) Fasse zusammen: 3 x + 6 x – 8 x .

g) Bei einem Quader verdoppeln sich Länge und Breite. Wie verändert sich dadurch sein Volumen?

h) Durch 2 Schläuche wird ein Tankschiff in 3 Stunden geleert. Wie lange dauert es mit fünf Schläuchen?

i) Wie müsste ein Laplace-Experiment aussehen, dessen Ergebnisse alle die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ besitzen?

j) Ziehe vom Term 5 + 3 x den Term 2 x – 7 ab.

k) Nach einem Jahr erhält Lina zu ihrem Sparguthaben von 230 € laut Vertrag Zinsen in Höhe von 3 % gutgeschrieben. Wie viel Geld hat sie anschließend auf dem Sparbuch?

Aufgabe 7

a) Berechne 25 % derjenigen Zahl, die mit 3 multipliziert 24 ergibt.

b) Zeichne in ein gleichschenkliges Trapez die Symmetrieachsen ein.

c) Welchen Wert nimmt der Term $6 : x - 5$ für $x = 1{,}5$ an?

d) Gib ein Zwanzigstel von 1600 m an.

e) Marvin wirft gleichzeitig einen Spielwürfel und eine Münze.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er „6“ und „Wappen“ erhält?

f) Jennifer erhält nach einem Jahr für ihr Sparguthaben von 250 € immerhin 15 € Zinsen gutgeschrieben.
Wie viel Prozent Zinsen gewährt ihr die Sparkasse?

g) Berechne: $5^2 + 8 \cdot (-2)$.

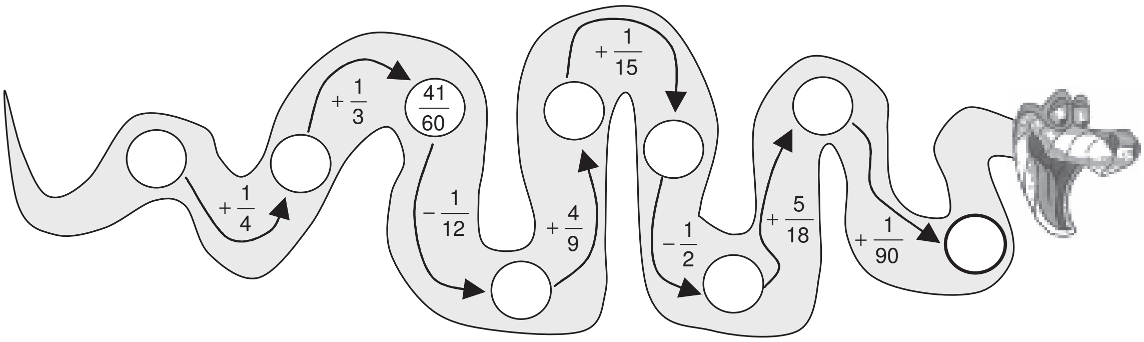
h) 15 % einer Streckenlänge sind 45 m. Wie lang ist die gesamte Strecke?

i) Von insgesamt 120 kg Kartoffeln kauft Frau Mayer 36 kg. Wie viel Prozent sind das?

j) Berechne zwei Drittel von 51 m.

Aufgabe 8

a) Ergänze die fehlenden Zahlen zu beiden Seiten. Notiere die zugehörigen Rechnungen im Heft.
Zur Kontrolle: Die erste und letzte Zahl ergeben zusammen 1.



b) Beginne bei irgendeiner der Aufgaben. Das Ergebnis zeigt dir, wo es weiter geht. Allerdings musst du das Ergebnis evtl. erst kürzen und / oder in einen gemischten Bruch umwandeln.

I)	$5\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$	II)	$2\frac{1}{4} + 3\frac{5}{12}$	III)	$1\frac{1}{2} : 8$
IV)	$2\frac{5}{6} + 2\frac{2}{3}$	V)	$8\frac{1}{2} : 3$	VI)	$\frac{3}{16} \cdot 12$
VII)	$5\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$	VIII)	$4\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$	IX)	$5\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7}$

c) Familie Urlaub fährt in die Ferien. Für die Kinder haben die Eltern folgenden Reiseplan aufgeschrieben:

Dauer der Fahrt in Stunden	2 ½ h		1 ½ h		2 h		1 ¼ h
Rastzeit in Stunden		½ h		¾ h		½ h	

1. Wie lange wird die gesamte Fahrt zum Urlaubsort dauern? Welche Rastzeit ist insgesamt eingeplant?
2. In der ¾ h langen Mittagspause beschließt die Familie, nur noch eine 10-minütige Tankpause zu machen. Wie lang ist jetzt die gesamte Rastzeit? Gib das Ergebnis auch als Bruchzahl an.
3. Wegen eines Staus reichen die letzten veranschlagten 1 ¼ Stunden nicht. Die Familie benötigt 1 h 40 min. Um welchen Bruchteil einer Stunde verlängert sich dadurch die Fahrzeit?
4. Im Durchschnitt fährt Familie Urlaub pro Stunde etwa 100 km. Wie weit ist es bis zu ihrem Urlaubsort?
5. Für die Rückfahrt wollen Sonja und Sven einen Reisplan mit nur zwei Pausen erstellen.

Das ist dein Basiswissen

Aufgabe 1

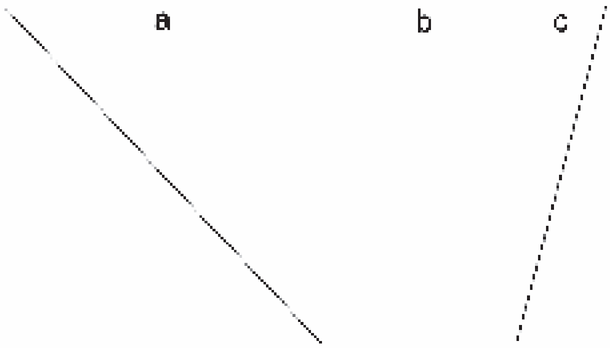
a) Fasse zusammen: $3x + 15x - 28y - 4x + 13y$.

b) Multipliziere aus: $7 \cdot (12a + 5b)$.

c) Klammere aus: $27a + 81b$.

d) Multipliziere aus und fasse zusammen: $(2 + c) \cdot c + c \cdot (1 - c)$.

e) Gib einen Term an, mit dem man den Flächeninhalt nebenstehender Figur berechnen kann. Die beiden gestrichelt eingezeichneten Hilfslinien sind jeweils 5 cm lang.



f) Nick bringt drei gezinkte Würfel mit in die Schule, die beim Würfeln jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 Prozent eine Sechs anzeigen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf alle drei eine Sechs anzeigen?

g) Zeichne eine Figur, deren Flächeninhalt durch den Term $3 \cdot (a + b) : 2$ berechnet werden kann.

Aufgabe 2

a) Multipliziere aus und fasse zusammen: $5 \cdot (x + 3) - 4 \cdot (2x - 1)$.

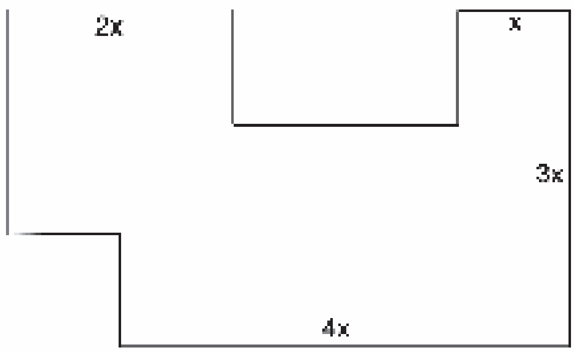
b) Zeichne eine Figur, deren Flächeninhalt durch den Term $5 \cdot (x + 2)$ berechnet werden kann.

c) Niklas hat gehört, dass in jedem siebten Schokoladenei einer Süßigkeitenfirma eine Figur seiner Lieblingsfernsehserie zu finden sei. Er kauft sieben dieser Eier. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Niklas enttäuscht wird, weil er überhaupt keine Figur erhält?

d) Berechne: 25 % von $(8x + 12)$.

e) Fasse zusammen: $\frac{36x-45y}{6} + \frac{32x+68y}{8}$.

f) Welchen Umfang besitzt nebenstehende Figur?



g) Wie wird der Flächeninhalt eines beliebigen Dreiecks berechnet?

h) Wie verändert sich der Wert des Terms $(3x + 2x) \cdot x$, wenn der Wert von x halbiert wird?

Aufgabe 3

Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei B sind die Längen der drei Seiten gegeben: a = 4,50 cm, c = 6,50 cm und b = 7,91 cm.

a) Gib die allgemeine Flächeninhaltsformel für ein Dreieck an.

b) Fertige dir eine beschriftete Skizze des Dreiecks ABC an und berechne dessen Flächeninhalt.

c) Welche Besonderheiten gibt es bei diesem Dreieck hinsichtlich der Dreieckshöhen.

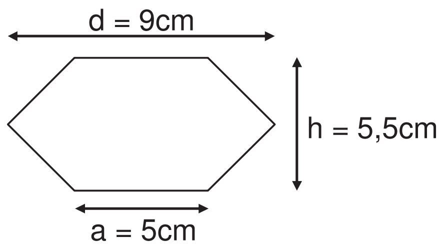
d) Stelle die Flächeninhaltsformel für ein rechtwinkliges Dreieck auf, wenn der rechte Winkel beim Punkt A, B oder C vorliegt.

Aufgabe 4

Berechne den Flächeninhalt des Sechsecks, indem du ...

a) mindestens zwei Terme für den Flächeninhalt aufstellst.

b) die Gleichwertigkeit der Terme entweder schriftlich oder mithilfe von Termumformungen begründest.



Aufgabe 5

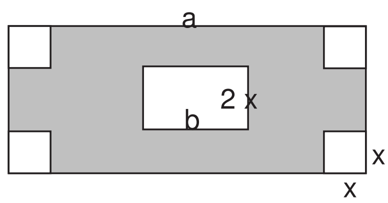
a) Gib an, welche Terme zur Berechnung des Flächeninhalts des rechts gegebenen schraffierten Vielecks richtig sind.

I. $a \cdot 4x + 2 \cdot (2x \cdot x) - b \cdot 2x$

II. $(a + 2x) \cdot 4x - (4 \cdot x^2 + 2x \cdot b)$

III. $2(a - b) \cdot 4x + a \cdot b + 8x^2$

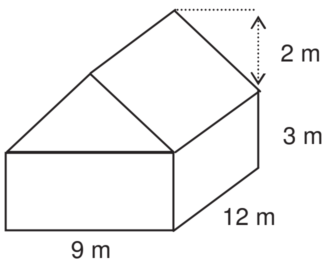
IV. $(a + 2x) \cdot 2x - b \cdot 2x + 2(a \cdot x)$

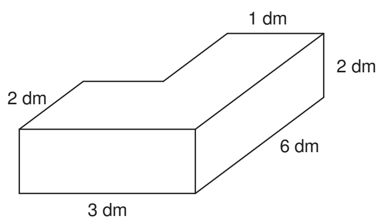


b) Berechne den Flächeninhalt für a = 13,8 cm, b = 4,6 cm und x = 1,2 cm

Aufgabe 6

a) Berechne das Volumen der abgebildeten Figuren.





b) Fasse die folgenden Terme so weit wie möglich zusammen:

I) $5 \cdot x \cdot y - 3 \cdot x \cdot y^2 + 4 \cdot x \cdot y$

II) $a \cdot b - 7 \cdot b \cdot a + x \cdot 3 \cdot x^2$

III) $5 \cdot a + b - a$

IV) $x \cdot y + 2 \cdot y \cdot x - x \cdot 3 \cdot y$

c) Löse die Klammern auf.

I) $z \cdot (2 + z)$

II) $y - 2 \cdot (y + 1)$

d) Klammere aus:

I) $8 \cdot x + 20$ | II) $4 \cdot x^2 + 2 \cdot x \cdot y$

e) Überprüfe die folgenden Umformungen und korrigiere, falls nötig:

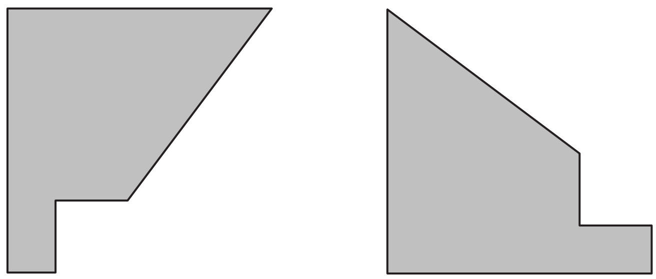
I) $x^2 + x = x \cdot (x + 1)$ | II) $3a \cdot (8 + b - 5) = 24\,ab - 15a$

III) $2 \cdot x + 3 \cdot x^2 = 5 \cdot x^3$ | IV) $7 \cdot (a - 7) = 7 \cdot a$

Achte bei den folgenden Aufgaben darauf, dass Du den Lösungsweg mit Begründungen aufschreibst und die Rechnungen dokumentierst!

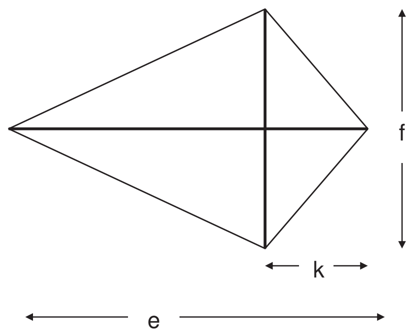
Aufgabe 7

Messe und markiere die benötigten Längen und bestimme den Flächeninhalt der abgebildeten Figuren.



Aufgabe 8

Klaus und Klara möchten sich Drachen basteln.
In der Bauanleitung sind die Leistenlängen des Kreuzes mit $e = 70$ cm und $f = 60$ cm angegeben. Ferner gilt für den Abstand des Kreuzungspunktes von der oberen Spitze $k = 15$ cm.



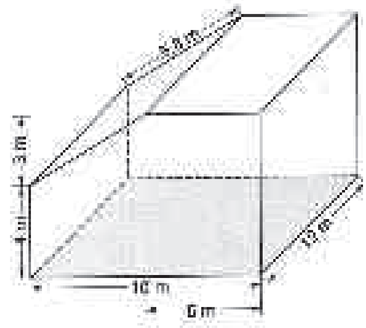
a) Wie groß wird der Flächeninhalt des Drachens?

b) Bevor Klaus die Leisten zusammenfügt, überlegt er, wie sich der Flächeninhalt des Drachens ändert, wenn er k verändert. Erkläre Klara diesen Zusammenhang.

c) Begründe, ob die folgenden Aussage richtig oder falsch ist: Der Flächeninhalt eines Drachen verdoppelt sich, wenn man die Länge einer Diagonalen verdoppelt.

Aufgabe 9

Zur Berechnung der Größe von Heizungen muss man das Volumen des jeweiligen Raumes kennen.

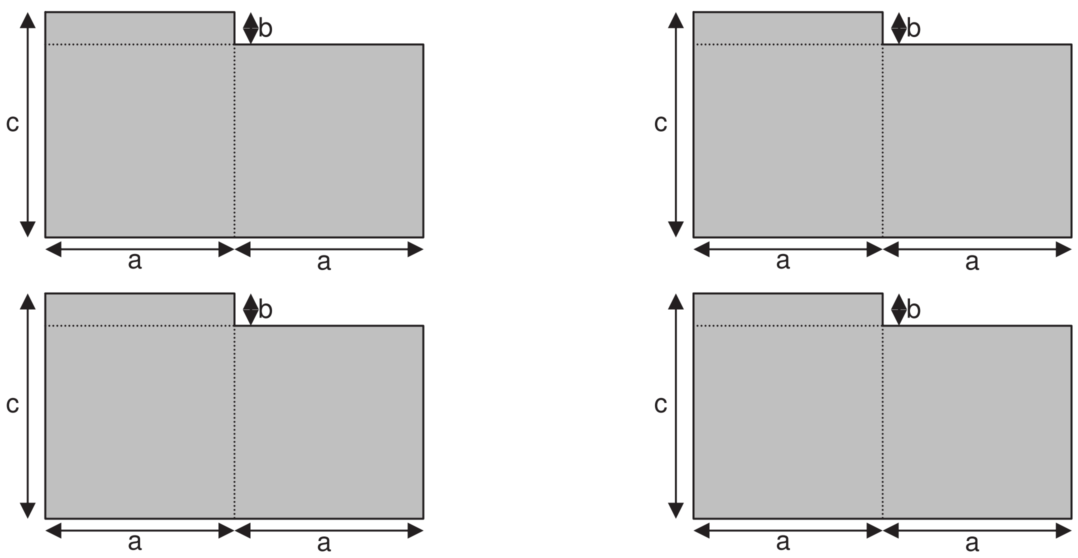


a) Berechne den Rauminhalt des Saales im Bild rechts.

b) Der Saal soll von innen gestrichen werden. Zur Kostenkalkulation berechnet der Anstreicher eine Fläche von etwa 400 m^2 – kann das stimmen?

Begründe deine Entscheidung durch eine entsprechende Rechnung.

Aufgabe 10



Klara, Klaus und Lehrer Lempel haben drei verschiedene Terme zur Beschreibung des Flächeninhalts der schraffierten Fläche aufgestellt:

Klara: $A = 2 \cdot a \cdot c - a \cdot b$

Klaus: $A = 2 \cdot a \cdot (c - b) + a \cdot b$

Lehrer Lempel: $A = a \cdot (c - b) + a \cdot (c - b) + a \cdot b$

a) Erkläre an der Figur die Überlegungen, die zu den jeweiligen Termen führen.

b) Finde einen weiteren eigenen Term zur Berechnung des Inhalts der Fläche.

c) Zeige durch Umformung und Vergleich **zweier** Terme, dass sie das Gleiche bedeuten.

Aufgabe 11

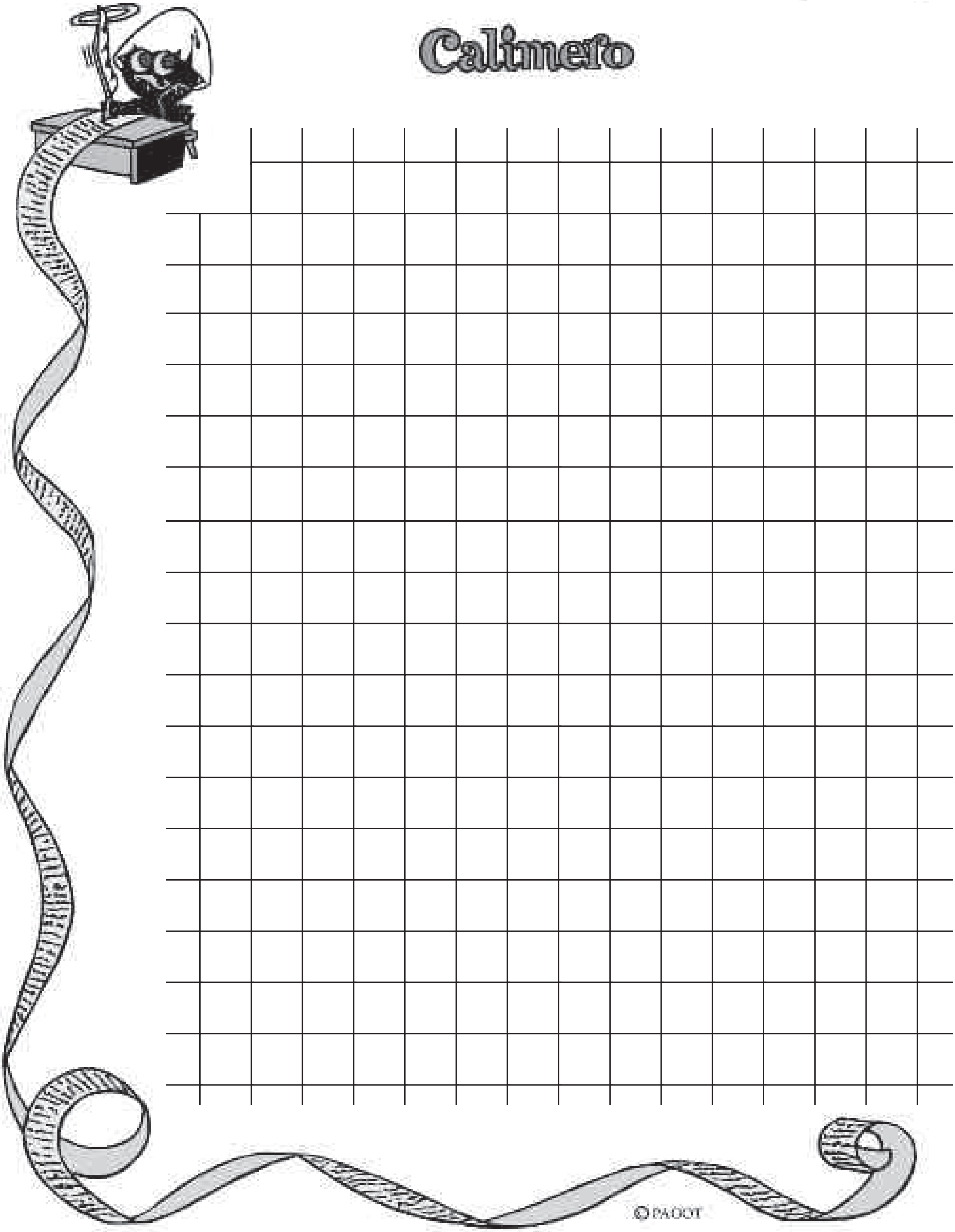
a) Stelle zu dem Zahlenrätsel einen Term auf. Finde den Trick heraus.
„Denke dir eine Zahl und addiere 3. Multipliziere die Summe mit 4 und subtrahiere die Zahl 11.“

b) Formuliere zu dem folgenden Term ein passendes Zahlenrätsel.
$(2 \cdot x + 5) \cdot 7 - 20$

Aufgabe 12

a) Stelle zu dem Zahlenrätsel einen Term auf. Finde den Trick heraus.
„Denke dir eine Zahl und addiere 5. Multipliziere die Summe mit 2 und subtrahiere die Zahl 17.“

b) Formuliere zu dem folgenden Term ein passendes Zahlenrätsel:
$(4 \cdot x + 2) \cdot 3 - 35$


Calimero
©PAGOT

Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die an der Erstellung der Materialien beteiligt sind

Name	Vorname	Dienststelle
Borggreve	Peter	Gymnasium Syke
Breidert	Lutz	Gymnasium Himmelsthür
Dierks	Andreas	Gymnasium Himmelsthür
Glaser	Torsten	Niedersächsisches Kultusministerium
Hagen	Marten	Gymnasium Papenburg
Körner	Henning	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Oldenburg
Kramer	Olaf	Gymnasium Syke
Kronabel	Edmund	Gymnasium Papenburg
Krüger	Ulf-Hermann	Gymnasium Syke
Lampe	Hans-Ulrich	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Stadthagen
Pinkernell	Guido	Gymnasium Johanneum Lingen
Röhrkasten	Cornelia	Gymnasium Hankensbüttel
Schlichting	Folkert	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Göttingen
Sperlich	Thomas	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Hildesheim
Stenten-Langenbach	Hans-Dieter	Gymnasium Marianum Meppen
Stöber	Torsten	Gymnasium Johanneum Lüneburg
Suhr	Friedrich	Gymnasium Johanneum Lüneburg
Toth-Hohmann	Anja	Gymnasium Hankensbüttel
Vehling	Reimund	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Hannover II
Weißmann	Karin	Gymnasium Hankensbüttel
Wierzyk	Barbara	Gymnasium Johanneum Lüneburg

CAliMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG
BAND 3

Kontakt:

T³ DEUTSCHLAND

www.t3deutschland.de

Kooperationspartner:

Texas Instruments

education.ti.com/deutschland

www.calimero.com

CL2008CALIMERO/3
XX/SL/1E5/JH
ISBN 978-3-934064-79-9